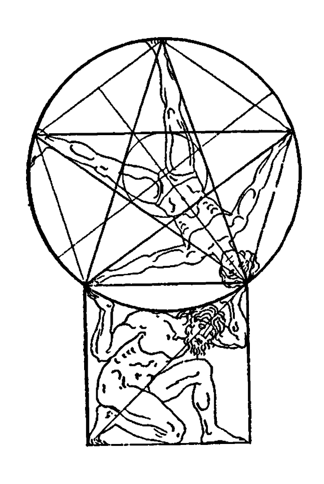

Эврика
Н. ВАСЮТИНСКИЙ
ЗОЛОТАЯ
ПРОПОРЦИЯ

Н. ВАСЮТИНСКИЙ

ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ





МОСКВА
«МОЛОДАЯ ГВАРДИЯ»
1990

ББК 87.8
В 20

В $\frac{4901000000-160}{078(02)-90}$ 233—90

ISBN 5-235-00806-5

ВВЕДЕНИЕ

Красота! Казалось бы, это понятие, лишенное практической ценности, материальности, очевидной полезности, не играющее существенной роли, в жизни людей является чем-то второстепенным, маловажным. Но почему же с давних времен до наших дней не прекращаются исследования этого непознанного чуда, почему человек издавна стремится окружить себя красивыми вещами. Посмотрите на предметы обихода жителя древности. Уже тогда создатели этих предметов преследовали не только чисто утилитарные цели — служить хранилищем воды, оружием в охоте и т. д., но и одновременно стремились придать этим предметам красивые формы, украсить их рисунком, покрыть краской. Некоторые предметы быта постепенно утратили свое утилитарное назначение и превратились только в украшения.

Но человек не только создавал красивые предметы, не только любовался ими, он все чаще задавался вопросом: почему этот предмет красив, он нравится, а другой, очень похожий, не нравится, его нельзя назвать красивым? Тогда из творца прекрасного он превращался в его исследователя. Уже в Древней Греции изучение сущности красоты, прекрасного сформировалось в самостоятельную ветвь науки — эстетику, которая у античных философов была неотделима от космологии. Здесь же родилось представление о том, что основой прекрасного является гармония. Изучение прекрасного стало частью изучения гармонии природы, ее основных законов организации. В воззрениях пифагорейцев впервые стали трактовать гармонию как единство противоположностей. Они же пришли к выводу о необходимости числового выражения гармонического соотношения частей в целом, число у пифагорейцев выступает в качестве универсального ключа к объяснению мира.

Идеи пифагорейцев оказались удивительно живучими. Во всех последующих исследованиях ученые пытались так или иначе найти простые числовые соотношения в самых различных явлениях и структурах; изучение законов гармонии стало важной частью изучения природы.

Известный теоретик архитектуры Леон-Баттиста Альберти, написавший десять книг о зодчестве, говорил:

«Есть нечто большее, слагающееся из сочетания и связи этих трех вещей (числа, ограничения и размещения), нечто, чем чудесно озаряется весь лик красоты. Это мы называем гармонией, которая, без сомнения, источник всякой прелести и красоты. Ведь назначение и цель гармонии — упорядочить части, вообще говоря, различные по природе, неким совершенным соотношением так, чтобы они одна другой соответствовали, создавая красоту... Она охватывает всю жизнь человеческую, пронизывает всю природу вещей. Ибо все, что производит природа, все это соразмеряется законом гармонии. И нет у природы большей заботы, чем та, чтобы произведенное ею было вполне совершенным. Этого никак не достичь без гармонии, ибо без нее распадается высшее согласие частей».

Красота и гармония стали важнейшими категориями познания, в определенной степени даже его целью, ибо в конечном итоге художник ищет истину в красоте, а ученый — красоту в истине.

Красота скульптуры, красота храма, красота картины, симфонии, поэмы... Что между ними общего? Разве можно сравнивать красоту храма с красотой ноктюрна? Оказывается можно, если будут найдены единые критерии прекрасного, если будут открыты общие формулы красоты, объединяющие понятие прекрасного самых различных объектов — от цветка ромашки (разве он не прекрасен?!) до красоты обнаженного человеческого тела. Попытки найти подобные критерии прекрасного в различных видах искусств и природы и составляют предмет эстетики.

«Формул красоты» уже известно немало. Уже давно в своих творениях люди предпочитают правильные геометрические формы — квадрат, круг, равнобедренный треугольник, пирамиду и т. д. Симметричные фигуры обычно предпочтительнее, чем несимметричные. В пропорциях различных сооружений предпочтительны целочисленные соотношения. Человек вообще предпочитает порядок — беспорядку, простоту — сложности, определенность — неопределенности. Очевидно в этом проявляется сущность самой жизни, как феномена природы — упорядочение беспорядка (хаоса).

Из многих пропорций, которыми издавна пользовался человек при создании гармонических произведений, существует одна, единственная и неповторимая, обладающая уникальными свойствами. Она отвечает такому де-

лению целого на две части, при котором отношение большей части к меньшей равно отношению целого к большей части. Эту пропорцию называли по-разному — «золотой», «божественной», «золотым сечением», «золотым числом». Мы предпочли использовать первое название, как наиболее точно отражающее сущность этого понятия.

Древнейшие сведения о золотой пропорции относятся ко времени расцвета античной культуры. О ней упоминается в трудах великих философов Греции Пифагора, Платона, Эвклида. Платон привел формулировку золотого сечения, одну из самых древних, дошедшую до нашего времени. Сущность ее сводится к тому, что для соединения двух частей с третьей совершенным образом необходима пропорция, которая бы «скрепила» их в единое целое. При этом одна часть целого должна так относиться к другой, как целое к большей части. Такая пропорция отвечает гармоническому соединению, она и является золотой. Античные скульпторы и архитекторы широко использовали ее при создании своих произведений. В этом легко убедиться при изучении шедевров древнегреческого искусства.

В эпоху итальянского Возрождения золотая пропорция возводится в ранг главного эстетического принципа. Леонардо да Винчи именует ее «Sectio autea», откуда и получил начало термин «золотое сечение». (По мнению белорусского философа Э. Сороко, термин «золотое сечение» идет от Клавдия Птолемея, который дал это название числу 0,618, убедившись в том, что рост человека правильного телосложения делится именно в таком отношении.) Лука Пачоли в 1509 году пишет первое сочинение о золотой пропорции, названной им «божественной». Иоганн Кеплер говорит о ней как о «бесценном сокровище», как об одном из двух сокровищ геометрии.

После И. Кеплера золотое сечение было предано забвению, и около 200 лет о нем никто не вспоминал. Лишь в 1850 году немецкий ученый Цейзинг открыл его снова. В своих «Эстетических исследованиях» он пишет: «Для того чтобы целое, разделенное на две неравные части, казалось прекрасным с точки зрения формы, между меньшей и большей частями должно быть такое же отношение, что между большей частью и целым». Он называет это законом пропорций и обнаруживает его проявление в пропорциях человеческого

тела и животных, в некоторых эллинских храмах, в ботанике и музыке.

Дать определение золотой пропорции еще не значит ее изучить. Нужно было определить величину этого удивительного соотношения. Она оказалась близкой к 1,6, а если точнее — к 1,62, еще точнее — к 1,618. Более глубокий математический анализ показал, что золотая пропорция является величиной иррациональной, то есть несоизмеримой, ее нельзя представить в виде отношения двух целых чисел, она отвечает простому математическому выражению $(1+\sqrt{5}):2$ и равна 1,6180339...

Накопленные знания об этом уникальном соотношении частей в целом по эстафете передаются от поколения к поколению, наполняясь новым содержанием, проявляются в самых разнообразных областях науки, проникают в технику.

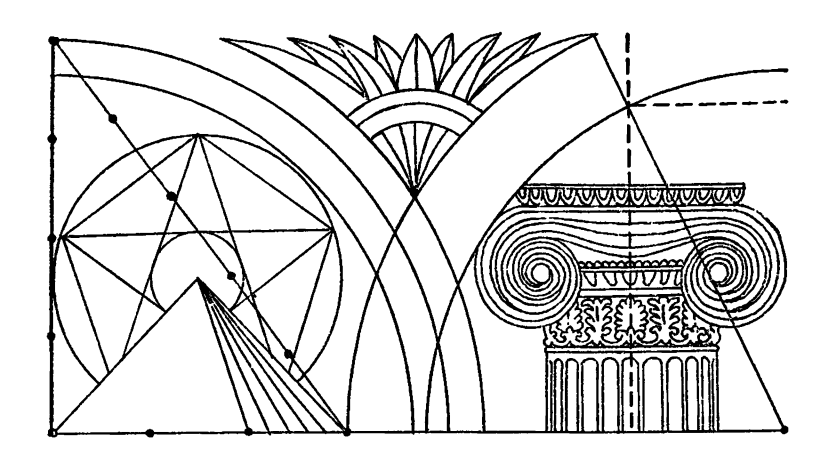
К понятию «золотая пропорция» в наибольшей степени подходит определение «формула красоты». Действительно, эта пропорция обладает наиболее отчетливыми признаками гармоничности прекрасного. Эта пропорция знаменует собой как бы вершину эстетических изысканий, некий предел гармонии природы. Эта пропорция не только является господствующей во многих произведениях искусства, она определяет закономерности развития многих организмов, ее присутствие отмечают почвоведы, химики, геологи и астрономы.

Такая универсальность золотой пропорции не делает ее простой и доступной для изучения. Многое в сущности этой «константы гармоничности» остается неизведанным. Еще неясно, почему Природа предпочла эту пропорцию всем другим — не за ее ли уникальность?

Характерно, что золотая пропорция отвечает делению целого на две неравные части, следовательно, она отвечает асимметрии. Почему же она так привлекательна, часто более привлекательна, чем симметричные пропорции? Очевидно, эта пропорция обладает каким-то особым свойством. Целое можно поделить на бесконечное множество неравных частей, но только одно из таких сечений отвечает золотой пропорции. По-видимому, в этой пропорции скрыта одна из фундаментальных тайн природы, которую еще предстоит открыть. Рассмотрение особенностей проявления золотой пропорции — от объектов природы до произведений искусств и составляет предмет книги. Она не претендует на

полноту изложения проблемы, так как исследования различных форм проявления золотой пропорции продолжаются и в печати периодически появляются все новые и новые публикации. Автор стремился изложить наиболее интересные факты и закономерности, касающиеся золотой пропорции, в достаточно популярной и увлекательной форме, делающей книгу доступной широкому кругу читателей. Насколько это удалось — судить читателям.

Золотая пропорция — понятие математическое, ее изучение — это прежде всего задача науки. Но она же является критерием гармонии и красоты, а это уже категории искусства. Неудивительно, что при изложении некоторых мыслей и выводов поэтическая форма оказалась предпочтительной и автор использовал в книге свои стихотворения, относящиеся к рассматриваемой теме. В конечном итоге, искусство — не противник, а союзник науки.



I ЧАСТЬ
ОЗАРЕНИЕ ПИФАГОРА

Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них — это теорема Пифагора, а другое — деление отрезка в среднем и крайнем отношении... Первое можно сравнить с мерой золота, второе же больше напоминает драгоценный камень.

И. Кеплер

Сейчас невозможно достоверно установить ни человека, впервые открывшего золотую пропорцию, ни время, когда это произошло. Очевидно, ее неоднократно открывали, забывали и открывали заново в разное время и в различных странах. Многие исследователи считают первооткрывателем золотой пропорции греческого математика и философа Пифагора.

Пифагор родился в 570 году до н. э. на острове Самосе. В знак протеста против тирании Поликрата он покинул родной остров и отправился в путешествие по странам Востока. По свидетельству историков, он посетил Египет, где попал в плен к персидскому завоевателю Камбизу, и его увели в далекий Вавилон. Здесь жрецы посвятили его в свои науки и дали возможность изучить теорию чисел, музыку, философию.

В зрелом возрасте Пифагор поселился в Кротоне, где основал строго закрытое общество своих последователей («пифагорейский союз»), уже при жизни почитавших его как высшее существо. Теперь уже невозможно разграничить то, что сделано собственно Пифагором, а что является плодом коллективного творчества его учеников и последователей. Пифагорейцам принадлежат выдающиеся заслуги в развитии математики, философии, теории музыки, которые не утратили своего значения и по сей день.

Музыка, гармония и числа — эти три понятия неразрывно связаны друг с другом в учении пифагорейцев. Математика являлась одной из основ их религии. Пифагорейцы считали, что бог Дионис положил число в основу мировой организации, в основу порядка; оно отражало единство мира, его начало, а мир представлял собой множество, состоящее из противоположностей. То, что приводит противоположности к единству, и есть гармония. Гармония является божественной и заключается в числовых соотношениях. Как отмечал Аристотель, пифагорейцы «видели в числах свойства и отношения, присущие гармоническим сочетаниям... элементы чисел они предположили элементами всех вещей и всю Вселенную гармонией и числом».

С именем Пифагора мы со школьной скамьи связываем теорему о сторонах треугольника — «теорему квадратов». Эта теорема удивительно красива: «Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов». В науке немного отыщется столь простых и красивых формул. Существует легенда, что открывший это соотношение Пифагор был восхищен и приказал в честь выдающегося открытия принести в жертву богам сто быков. Впрочем, количество быков в других источниках уменьшено до одного. И неудивительно, ведь прошло столько времени!

Кроме знаменитой теоремы и золотой пропорции, Пифагору, по свидетельству историков, принадлежат фундаментальные работы в теории музыки, открытие иррациональных чисел, потрясших основы пифагорейской математики. Пифагором была создана модель Солнечной системы, основанная на аналогии в расположении планет и звуков музыкальной октавы.

Утверждение Пифагора «Все есть число» и было основано на признании фундаментальной роли в природе простых целочисленных величин. Поэтому он и искал закономерности в небольших числах, придавая

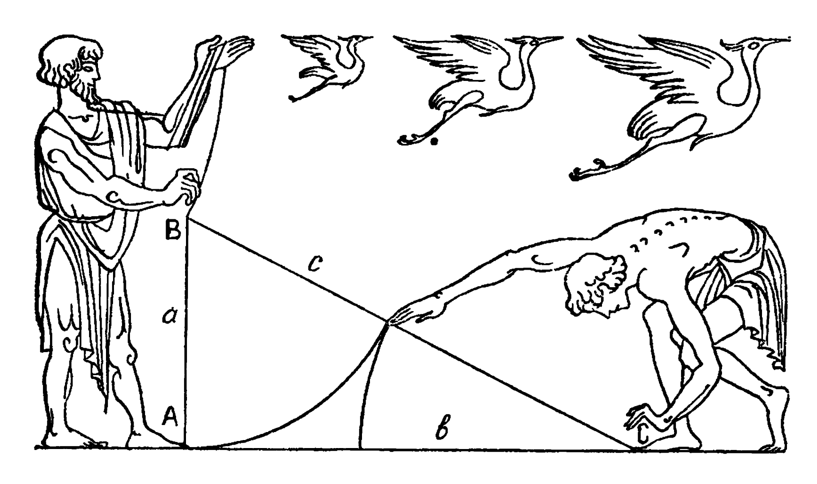


Рис. 1

каждому из них особую, часто мистическую роль. Возможно, что рассмотрение, глубокое и последовательное, простейших геометрических фигур и привело его к открытию математических законов.

Многие математические закономерности, как говорят, «лежали на поверхности», их нужно было увидеть человеку с аналитическим умом, мыслящему логически. А в этом нельзя было отказать философам древнего мира; ведь все их научное познание строилось на анализе предметов и явлений, установлении связи между ними. В наше время даже трудно представить, что возможно развитие науки совершенно без использования эксперимента, а ведь таковой была наука древнего мира.

Рассмотрим, например, простейший прямоугольный треугольник с отношением катетов 1 : 2 (рис. 1). В этом треугольнике величина малого катета равна 1, а большого — 2. По теореме Пифагора длина гипотенузы в нем равна $\sqrt{5}$. Этот треугольник был хорошо известен в древнем мире, во многих сооружениях того периода преобладают пропорции, равные отношениям катетов и гипотенузы прямоугольного треугольника со сторонами $1:2:\sqrt{5}$.

Рассмотренный треугольник был конечно хорошо известен и Пифагору и мог послужить основой для развития различных математических идей или для их подтверждения. Величина гипотенузы такого треугольника, равная $\sqrt{5}$, могла дать начало открытию несоизмеримых

или иррациональных чисел. К тому же число «пять» у пифагорейцев считалось священным и служило своеобразным символом их союза.

Соотношения сторон a, b, c данного треугольника очень простые и понятные каждому, знающему основы геометрии: $a/b = 1:2$, $c/a = \sqrt{5}/1$, $c/b = \sqrt{5}/2$. Однако из этих величин следует и еще одно отношение $(a+c)/b = (1+\sqrt{5})/2$, равное 1,618033.... Это и есть золотая пропорция, которую обычно обозначают буквой Ф. Как видим, эта замечательная пропорция буквально лежала на поверхности — ее нужно было только увидеть.

В геометрии существуют различные способы построения золотой пропорции, причем характерно, что для построения достаточно взять самые простые геометрические фигуры — квадрат или прямоугольный треугольник с отношением катетов 1 : 2. Если с середины стороны квадрата провести окружность радиусом, равным диагонали полуквадрата, то на ее пересечении с продолженной стороной квадрата получим отрезок, который меньше стороны квадрата в соответствии с золотой пропорцией. Еще проще построение золотой пропорции в прямоугольном треугольнике $1:2:\sqrt{5}$. Достаточно провести две дуги окружности, пересекающиеся в одной точке на гипотенузе, и большой катет будет разделен в соответствии с золотой пропорцией (рис. 1). Несколько золотых пропорций образуются при построении десятиугольной фигуры.

Таким образом, хорошо известный в древнем мире простой прямоугольный треугольник с отношением катетов 1 : 2 мог послужить основой для открытия теоремы квадратов, золотой пропорции и несоизмеримых величин — великих открытий Пифагора.

Изложенная последовательность раскрытия закономерностей треугольника с отношением сторон 1 : 2 является безусловно сугубо предположительной, но не лишенной внутренней логики. Конечно, в действительности последовательность рассуждений Пифагора, приведшая его к великим математическим открытиям, была иной. Легче прийти к теореме квадратов исходя из рассмотрения прямоугольного треугольника со сторонами 3 : 4 : 5, который был известен с давних времен и назывался «совершенным», «священным египетским», «треугольником Пифагора» или Плутарха. Иранские архитекторы

времен Ахеменидов и Сассанидов применяли этот треугольник при вычерчивании профиля своих эллиптических куполов.

Треугольник со сторонами 3 : 4 : 5 входит в число целого ряда прямоугольных треугольников, именуемых в древности «божественными», для которых справедливо отношение: $a^2+b^2=c^2$, где a, b, c, — целые числа. Вот некоторые из этих треугольников:

$$5^2=4^2+3^2;\ 13^2=12^2+5^2;\ 25^2=24^2+7^2.$$

По существу, закономерности отношений сторон в этих треугольниках и выражают собой теорему, которая позже получила название теоремы Пифагора. Знал ли Пифагор такие треугольники, или открыл их заново, или же, перейдя от этих «божественных» треугольников к другим, распространил указанную формулу на все прямоугольные треугольники, открыв при этом иррациональные числа и золотую пропорцию?

Никто уже не ответит на эти вопросы. В истории науки нередки случаи, когда какие-либо открытия забывались, терялись и вновь возрождались другими учеными, и об их действительном авторстве можно только предполагать. Как указывает Матила Гика, китайцы уже в XI веке до н. э. были знакомы с теоремой $5^2=4^2+3^2$.

Плутарх отмечает, что площадь треугольника со сторонами 5 : 4 : 3 равна шести, а кубическое число этой площади равно сумме кубов сторон треугольника: $6^3=5^3+4^3+3^3$. Было предложено применять отношение $5^2=4^2+3^2$ в числе инвариант для создания первого «логического контакта при наступлении эры межпланетной сигнализации».

Нетрудно доказать, что существует только один прямоугольный треугольник, стороны которого (x, y, z) образуют геометрическую прогрессию: $z/y=y/x$. В этом треугольнике отношение гипотенузы к малому катету равно золотой пропорции Ф, а два других отношения сторон (z/y и y/x) отвечают корню квадратному из золотой пропорции. Это — удивительный «золотой» треугольник, он является ярким выражением золотой пропорции. С ним мы еще не раз будем встречаться в книге. Читатель может убедиться, что красивы могут быть не только произведения высокого искусства, творения Природы, но и геометрические фигуры, даже математические формулы.

Рассмотрим одно семейство равнобедренных тре-

угольников, построенных по правилам золотой пропорции: остроугольный — с углами 36°, 72° и 72° и тупоугольный — с углами 108°, 36° и 35°. Из рисунка 2 видно, что остроугольный треугольник ABC разбивается на три треугольника золотой пропорции. В них стороны равны: АД=1, ДВ=Ф, ВС=АВ=Ф+1=$Ф^2$, АС=АЕ=Ф.

Интересен еще один замечательный треугольник, в котором проявляется золотая пропорция. В этом треугольнике углы равны 90°, 54° и 36°, а их отношение составляет 5 : 3 : 2. В этом прямоугольном треугольнике отношение большого катета к гипотенузе равно половине золотой пропорции Ф/2. Это отношение отвечает ра-

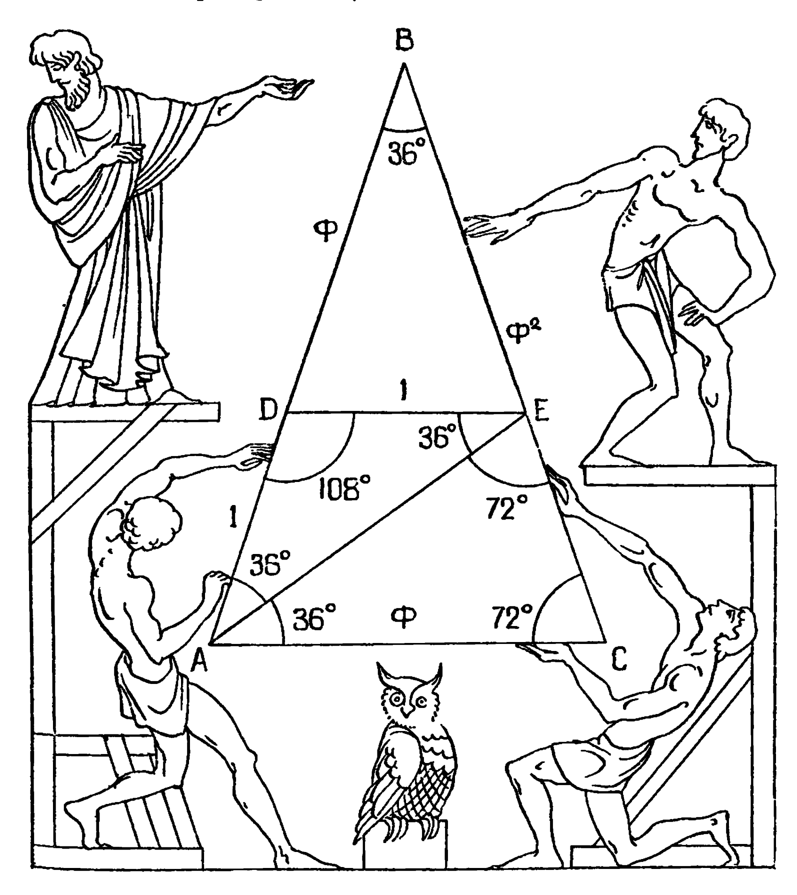


Рис. 2

венству Ф/2=Cos 36°. Отсюда вытекает формула, связывающая золотую пропорцию с числом π:

$$\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 2 \cos \frac{\pi}{5}:$$

Эта простая и по-своему красивая формула связывает число «пи» с золотой пропорцией. Не свидетельствует ли это о фундаментальности золотой пропорции, о ее родстве с таким универсальным числом, как «пи»? Характерно, что в рассмотренном треугольнике отношение углов отвечает отношению небольших целых чисел 5:3:2 (где величина одного угла равна сумме двух других), а отношения сторон несоизмеримы. Что кроется в этой «таинственности числовых соотношений»?

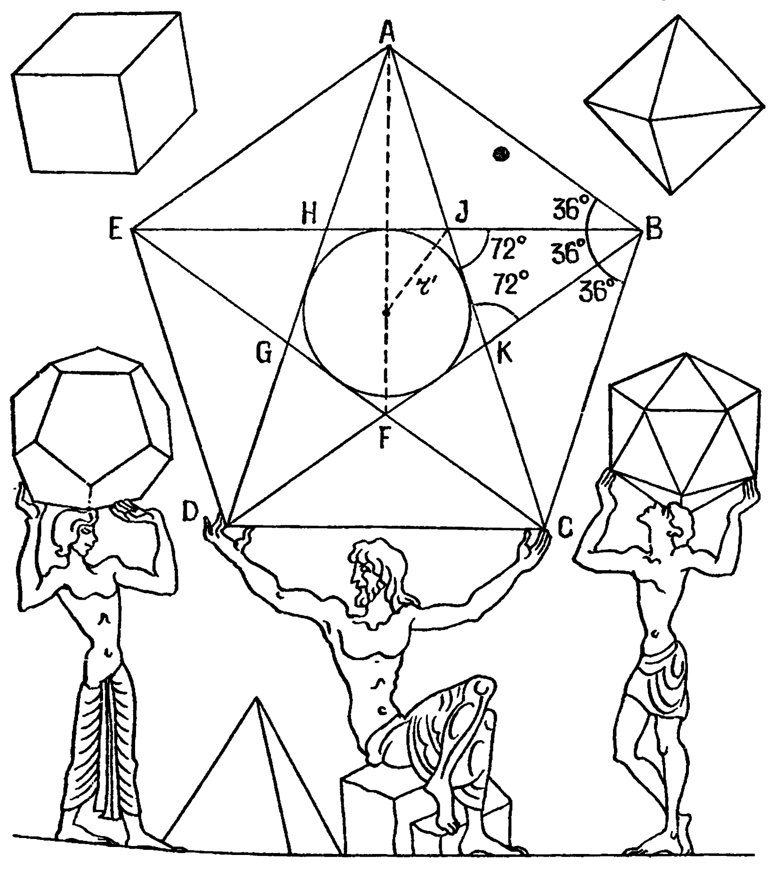


Рис. 3

В формуле $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 2\cos\frac{\pi}{5}$ дважды встречается число «пять». И угол 36° является углом при вершинах пятиконечного звездчатого многоугольника. Очевидно, не случайно число «пять» у пифагорейцев считалось священным, а пятиугольная звезда — символом союза пифагорейских философов и математиков. Оно же считалось в древности символом жизни, и мы увидим в дальнейшем рассказе, как часто это число встречается в строении различных растений и животных.

Геометрию пятигранника и звездчатого пятиугольника изучали многие математики. Мы не будем излагать их изыскания, отметим лишь, что эти фигуры буквально «нашпигованы» золотой пропорцией; она проявляется здесь в десятках различных соотношений. В изображенном рисунке 3 среди отрезков HJ, EH, EJ, EB отношение каждого последующего к предыдущему равно золотой пропорции». Пачоли нашел в пяти платоновых телах — отрезков EB/EA, AJ/JK, AK/AJ. Здесь же содержится треугольник с углами 90°, 54° и 46°, который мы рассмотрели выше. Нет, неспроста пифагорейцы выбрали пятиугольник символом своего научного сообщества!

В 1509 году в Венеции современник и друг Леонардо да Винчи Лука Пачоли издал книгу «О божественной пропорции». Пачоли нашел в пяти платоновых телах — правильных многоугольниках (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр и додекаэдр) тринадцать проявлений «божественной» пропорции. В главе «О двенадцатом, почти сверхъестественном свойстве» он рассматривает правильный икосаэдр. В каждой вершине икосаэдра сходятся пять треугольников, образуя правильный пятиугольник. Если соединить между собой любые два противоположных ребра икосаэдра, получится прямоугольник, у которого большая сторона так относится к меньшей, как сумма сторон к большей.

Таким образом, золотая пропорция проявляется в геометрии пяти правильных многогранников, которые, по представлениям ученых древности, лежат в основе мирозданья. Платон считал, что атомы четырех элементов, из которых построен мир (огня, земли, воздуха и воды), имеют форму правильных выпуклых многогранников — тетраэдра, куба, октаэдра и икосаэдра, а весь мир в целом построен в форме додекаэдра.

Платон писал: «Земля, если взглянуть на нее сверху, похожа на мяч, сшитый из 12 кусков кожи». Конечно,

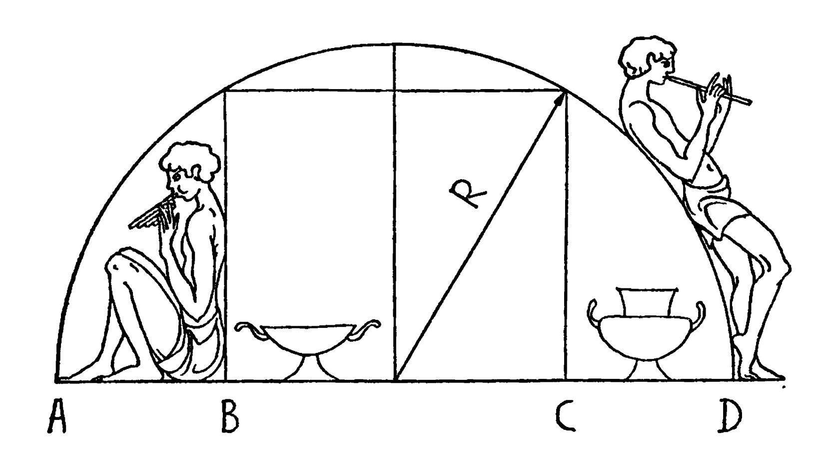


Рис. 4

это была интуитивно созданная, построенная на геометрических представлениях, картина мироздания. Она была чисто умозрительной, лишенной физической и экспериментальной основы. Ее главное и единственное преимущество заключалось в геометрической красоте. Но вот что примечательно. Французский геолог де Бемон и математик Пуанкаре считали Землю деформированной в форме додекаэдра. По гипотезе советского геолога С. И Кислицина, около 400—500 млн. лет назад геосфера додекаэдрической формы превратилась в геоикосаэдр. Переход из одной кристаллической формы в другую был неполным; геододекаэдр оказался вписанным в структуру икосаэдра. Теория структуры воды, предложенная в 1933 году Берналом и Фаулером, основана на водородной связи молекул воды, расположенных по тетраэдру. Химик Г. Г. Маленков пришел к выводу, что вода имеет структуру пентадодекаэдра. Удивительно близко к интуитивной гипотезе Платона!

Еще одна геометрическая фигура широко распространена в живой природе — это спираль. Спираль присутствует во многих живых организмах, растениях и животных. Гёте считал спираль математическим символом жизни и духовного развития. Если в логарифмической спирали из центра О провести прямую, то образующиеся отрезки ОА, ОВ, ОС, ОД и т. д., полученные при пересечении прямой с витками спирали, образуют геометри-

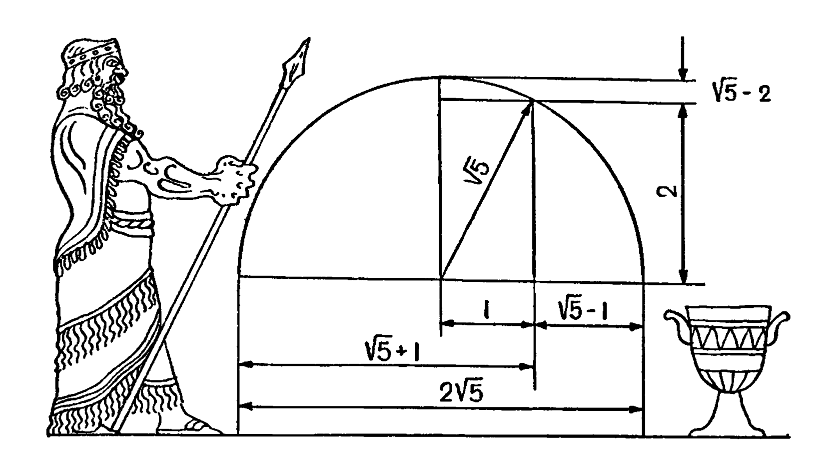


Рис. 5

ческую прогрессию. Сохраняется справедливым соотношение: ОА/ОВ=ОВ/ОС=ОС/ОД=...=m, где m — постоянное число.

Отрезки радиуса, заключенного между последовательными завитками спирали, также образуют прогрессию с отношением АВ/ВС=ВС/СД=... =n. Частным случаем спирали является такая, которая отвечает значению n, равному Ф, то есть золотой пропорции. Такая спираль обнаружена в образцах ионийской валюты. Ее назвали «кривой гармонического возрастания».

Золотая пропорция встречается и в других геометрических фигурах. Так, для квадрата, вписанного в полукруг, точка В делит отрезок АС в золотой пропорции: АС/ВС=ВС/АВ=Ф=1,618... (рис. 4).

Сторона правильного десятиугольника, вписанного в окружность радиуса R, равна радиусу, деленному на золотую пропорцию.

Интересные закономерности пропорций обнаружил И. Шевелев в построениях прямоугольника, вписанного в полуокружность. Если в прямоугольнике со сторонами 1 : 2 провести диагональ и описать полуокружность радиусом, равным диагонали, то получим фигуру, в которой содержатся интересные пропорции (рис. 5). По мнению И. Шевелева, отношения этой фигуры содержат пропорции египетских пирамид, греческого храма Парфенона, размерностей русских саженей, римского пасса, морской сажени и золотой пропорции.

Мы рассмотрели проявление золотой пропорции в самых различных геометрических фигурах, начиная от простого прямоугольного треугольника. Но остался неясным вопрос об авторстве. Является ли Пифагор первооткрывателем этой замечательной пропорции? Весьма сомнительно. Ямвлих во «Введении в Никомахову арифметику» говорит, что Пифагор нашел золотую пропорцию и что этому... он научился у вавилонян.

Имя Пифагора еще при его жизни обросло легендами, чему способствовал и он сам, рассказывая, например, что является сыном бога Аполлона, что у него золотое бедро и т. п. За многие столетия, прошедшие после его смерти, количество легенд не поубавилось, а количество достоверных сведений о нем возросло незначительно, да и то лишь со слов ученых, живших значительно позже Пифагора. Сами труды Пифагора по математике, музыке, философии не сохранились; о них можно судить лишь на основании более поздних публикаций ученых древности. Как указывает Б. Л. ван дер Варден, «...мы кое-что знаем о музыкальной теории Пифагора, почти ничего не знаем о его теории чисел, о его астрономии — еще меньше, о его геометрии, если рассудить толком, — ровно ничего».

Многие историки сомневаются даже в том, что знаменитая теорема квадратов открыта Пифагором. Греческий философ Прокл, например, пишет: «Если послушать тех, кто любит повторять древние легенды, то придется сказать, что эта теорема восходит к Пифагору, рассказывают, что он в честь этого открытия принес в жертву быка». Ветрувий же полагает, что бык пал жертвой открытия прямоугольного треугольника со сторонами 3 : 4 : 5. Однако известно, что Пифагор был непримиримым противником убоя и жертвоприношений животных, в особенности крупного рогатого скота.

В наше время известно, что за 1200 лет до Пифагора эта теорема уже приводилась в клинописных текстах Междуречья. Вполне возможно, что Пифагор узнал о «своей теореме» во время длительного вынужденного пребывания в Вавилоне. Вполне возможно, что Пифагор мог, по рассеянности (все великие ученые страдают этим пороком!) или с целью приумножения славы своей родины выдать приобретенные им в Египте и Вавилоне математические знания за свои оригинальные открытия. Существовал ведь некий декрет, по которому даже

авторство всех математических работ пифагорейского союза приписывалось Пифагору.

Но если сомнительно авторство Пифагора в теореме квадратов, названной его именем, то тем более сомнительным является открытие им золотой пропорции. В своих длительных путешествиях по странам Востока Пифагор мог позаимствовать и это открытие. Ведь и звездчатый пятиугольник, ставший символом союза пифагорейцев, можно увидеть на древних вавилонских рисунках.

Эстафета знаний древности ведет от Греции к Египту, а от него к Вавилону. Но ведь и знания народов Двуречья не возникли на пустом месте, их корни также уходят в другие эпохи и другие страны.

В поисках истоков золотой пропорции следует прежде всего направиться в Древний Египет, к его загадочным пирамидам — хранилищам многих неразгаданных тайн.

ТАЙНЫ ЕГИПЕТСКИХ ПИРАМИД

Все на свете страшится времени,
время страшится пирамид.

Арабская пословица

Бесконечное, однообразное море песка, редкие высохшие кустики растений, едва заметные следы от прошедшего верблюда заметает ветер. Раскаленное солнце пустыни... И оно кажется тусклым, словно покрыто мелким песком.

И вдруг, словно мираж, перед изумленным взором путешественника возникают пирамиды — фантастические фигуры из камня, устремленные к солнцу. Своими громадными размерами, совершенством геометрической формы они поражают воображение. Недаром эти творения рук человеческих относили к одному из семи чудес света.

О египетских пирамидах с восхищением писал греческий историк Геродот. Первым европейцем, спустившимся в глубь пирамиды, был римский ученый Плиний Старший. Согласно многим описаниям, эти гигантские монолиты имели совсем иной вид, чем в наше время. Они сияли на солнце белой глазурью отполированных известняковых плит на фоне многоколонных прилегаю-

щих храмов. Рядом с царскими пирамидами стояли малые пирамиды жен и членов семьи фараонов.

Обращаясь к своему войску перед «битвой у пирамид» во время египетской кампании, Наполеон патетически воскликнул: «Солдаты! На вас смотрят сорок веков!» При этом он «украл» у пирамид около пятисот лет. Фундамент первой из пирамид Египта был заложен в начале XXVII века до н. э., строительство последней было завершено примерно в конце XVIII века до н. э. К тому времени, когда в Афинах обосновались первые греки, нынешняя самая высокая пирамида простояла почти тысячу лет; ко времени легендарного основания Рима ей было почти две тысячи лет.

Среди грандиозных пирамид Египта особое место занимает великая пирамида фараона Хеопса (Хуфу). Она самая крупная и наиболее хорошо изученная. Чего только не находили в ее пропорциях! Число «пи» и золотую пропорцию, число дней в году, расстояние до Солнца, диаметр Земли и т. п. Однако при расчете этих величин получались неточности, возникали недоразумения, в результате чего подвергались сомнению даже простейшие пропорции в размерах пирамиды и все сообщения о скрытых в геометрии пирамиды математических сведениях объявлялись досужей выдумкой. В попытках найти сенсационные открытия многие авторы публикаций забывали о создателях пирамид и их времени и начинали извлекать корни, возводить в степени размеры пирамид, выраженные в метрах и миллиметрах. Словом, происходило то, что позже стали называть «пирамидоманией».

Власть фараона в Древнем Египте была огромной, ему воздавали божественные почести, называли большим богом. Бог-фараон был покровителем страны, вершителем судеб народа. Культ умершего владыки приобретал огромное значение в египетской религии. Для сохранения тела покойного фараона и его духа и возвеличивания власти фараона сооружали гигантские пирамиды.

Очевидно, назначение пирамид было многофункциональным. Они не только служили усыпальницами фараонов, что, кстати, гарантировало их строителям «финансирование» работ, обеспечивало их рабочими и стройматериалами и в то же время безбедную жизнь зодчих, художников, распорядителей работ и т. д. Пирамиды, являясь грандиозными сооружениями древности,

оказывались атрибутами величия, могущества и богатства страны, свидетельством достижения науки, которая считалась привилегией жрецов и тщательно ими оберегалась. Пирамиды были также памятниками культуры, хранилищами сведений о жизни фараона и народа страны, сведений из истории, собранием предметов быта.

Очевидно, были и другие назначения этих грандиозных сооружений древности, но нас прежде всего интересует «научное содержание» пирамид, воплощенное в их форме, размерах и ориентировке на местности. Трудно предполагать, что форма и размеры пирамиды были выбраны случайно. Здесь каждая деталь, каждый элемент формы выбирались тщательно и должны были продемонстрировать высокий уровень знаний создателей пирамид. Ведь они строились на тысячелетия, «навечно».

Правильная четырехгранная пирамида является одной из хорошо изученных геометрических фигур, символизирующих простоту и гармонию формы, олицетворяющую устойчивость, надежность, устремление вверх.

Очевидно, и размеры пирамиды: площадь ее основания и высота — не были выбраны случайно, а должны нести какие-то геометрические, математические идеи, информацию об уровне знаний египетских жрецов. Причем следует напомнить, что эти знания составляли тайну и были доступны лишь ограниченному числу лиц, поэтому и в геометрии пирамиды они должны быть воплощены не в явной, а в скрытой форме.

Методической ошибкой многих исследователей является то, что они использовали размеры пирамид, выраженные в метрической системе мер. Но ведь египтяне пользовались другой системой мер! Из этой системы и следует исходить при анализе размерных отношений в пирамидах.

Прежде чем приступить к анализу формы и размеров пирамиды Хеопса, следует учесть уровень знаний тех времен, психологию создателей пирамиды. У египтян было три единицы длины: локоть (466 мм), равнявшийся семи ладоням (66,5 мм), которая, в свою очередь, равнялась четырем пальцам (16,6 мм).

Трудно допустить, что строители пирамиды пользовались исходными размерами, выраженными в долях локтя; более очевидно, что основные исходные размеры были определены в целых единицах длины — локтях.

Рассмотрим размеры пирамиды Хеопса (рис. 6). Длина стороны основания пирамиды (L) принята равной

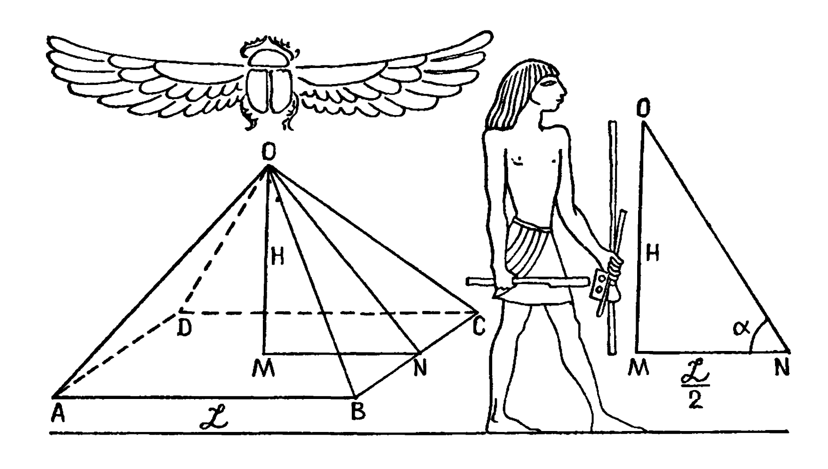


Рис. 6

233,16 м (здесь расхождений в данных почти нет). Эта величина отвечает почти точно 500 локтям. Полное соответствие пятистам локтям будет, если длину локтя считать равной 0,4663 м. Очевидно, размер основания пирамиды при ее строительстве и был определен в 500 локтей.

Высота пирамиды (H) оценивается исследователями различно от 146,6 до 148,2 м. И в зависимости от принятой высоты пирамиды изменяются и все отношения ее геометрических элементов. Поэтому на этой величине следует остановиться особо. Не мудрствуя лукаво, все исследователи считают, что высота пирамиды в период ее создания была такой же, какой она является в настоящее время. Однако это совсем не так.

Строго говоря, пирамида Хеопса является усеченной. Ее верхняя площадка в наши дни имеет размер примерно 10×10 м, а столетие назад она была равна 6×6 м. Очевидно, вершину пирамиды разобрали, и она не отвечает первоначальной.

Одним из «чудес» великой пирамиды является очень точная подгонка ее каменных блоков и плит; между ними буквально нигде не просунешь лезвия бритвы (0,1 мм!). Этот несомненный факт производит потрясающее впечатление на всех, кто бывал внутри пирамиды и видел плотно сочлененные громадные плиты.

Вот, например, свидетельство одного из современников арабского историка Аль-Кайси, который проник

в великую пирамиду вскоре после того, как ее вскрыли, то есть в IX столетии: «Пирамиды построены из огромных камней от десяти до двадцати локтей длины, от двух до трех локтей высоты и такой же ширины. Но особенно восхищает удивительная тщательность, с какой эти камни обтесаны и уложены. Плиты так хорошо подогнаны, что между ними нигде нельзя просунуть ни иголки, ни волоска».

Но никакого «чуда» и здесь не оказалось. В процессе строительства каменные блоки не могли быть изготовлены столь точно: для этого у древних египтян просто не было средств — ни обрабатывающих, ни измерительных. Но за длительное время под воздействием колоссального давления (достигающего 500 тонн на 1 $м^2$ нижней поверхности) произошла «усадка» конструкции, пластическая деформация строительных блоков, вследствие чего они и оказались так тесно подогнанными. Можно предполагать, что зазоры между блоками пирамиды во время ее строительства составляли многие миллиметры и в них можно было свободно просунуть не только лезвие бритвы, но и нож.

В результате отмеченной усадки высота пирамиды стала меньше, чем она была в период завершения строительства. Какой же она была первоначально? Ее можно воссоздать, если найти основную «геометрическую идею», положенную в основу сооружения.

Угол наклона граней пирамиды еще в 1837 году определил английский полковник Г. Вайз: он равен 51°51′. Его величина и сегодня признается большинством исследователей, а указанному значению угла α отвечает тангенс ($\operatorname{tg}\alpha$), равный 1,27306. Эта величина, отвечающая отношению высот пирамиды к половине ее основания, очень близка к корню квадратному золотой пропорции $\sqrt{\Phi}=1{,}27202$ и является иррациональной величиной. Есть основания предполагать (это будет видно из изложенного дальше), что в основу треугольника OMN пирамиды Хеопса и было заложено отношение OM/MN, равное $\sqrt{\Phi}=1{,}272$. Если принять угол α равным 51°50′, то есть уменьшить всего на одну угловую минуту, величина $\operatorname{tg}\alpha$ станет равной 1,272. Следует отметить, что, по данным М. Гика, угол наклона граней пирамиды, измеренный в 1840 году тем же Г. Вайзом, равен 51°50′.

Итак, примем первоначальный угол наклона граней

пирамиды равным 51°50′, а отношение катетов, то есть высоты пирамиды H к половине ее основания, равным 1,272. При этом высота пирамиды Хеопса будет равна точно 318 локтей, или 148,28 м. Вот такую высоту, очевидно, имела пирамида Хеопса при завершении ее сооружения (или должна была иметь по-проекту; а у каких строителей не бывает отклонений от проекта?!).

Таким образом, основные элементы конструкции пирамиды имели следующие размеры: сторона основания — 500 локтей, высота — 318 локтей. Отсюда следует, что апофема боковой грани ON равна 404,5 локтя (здесь дробная часть локтя не должна удивлять, ведь этот размер пирамиды не замерялся во время строительства, а являлся производным).

Итак, мы реконструировали основные размеры пирамиды фараона Хеопса, определяющие ее архитектурную идею. А теперь посмотрим, какие интересные соотношения следуют из этих геометрических размеров. Отношения сторон в треугольнике OMN пирамиды равно: $OM/MN=ON/OM=1{,}272=\sqrt{\Phi}$; $ON/MN=1{,}618=\Phi$. Как видно, отношение длины апофемы боковой грани к половине стороны ее основания отвечает золотой пропорции. На это соотношение обратил внимание еще в 1855 году Г. Ребер. Два других отношения равны корню квадратному из золотой пропорции.

Можно предполагать, что основным исходным элементом геометрии пирамиды Хеопса является треугольник в ее вертикальном сечении, в котором отношение катетов равно отношению гипотенузы к большему катету и равно $1{,}272=\sqrt{\Phi}$, а отношение гипотенузы к малому катету равно золотой пропорции $\Phi=1{,}618$. Существует только один треугольник с таким отношением сторон, которое отвечает геометрической прогрессии. Если обозначить стороны такого треугольника буквами x, y, z, то получим следующее равенство: $(z/x)^2=1+z/x$, а так как отношение сторон z/x в этом треугольнике равно Ф, то есть золотой пропорции, то получим в итоге простую и по-своему красивую зависимость $\Phi^2=\Phi+1$.

Есть основание утверждать, что египетские архитекторы заложили в форму пирамиды Хеопса именно этот замечательный (и единственный) треугольник, основанный на золотой пропорции, но знали ли они указанные выше уравнения — остается загадкой.

Рассмотрим теперь поверхность пирамиды. Она со-

стоит из четырех треугольников и квадрата основания. Основание треугольника ВОС равно 500 локтям, апофема его равна 404,5 локтя. По теореме Пифагора можно рассчитать длину боковых ребер OB и OC. Они равны 475,5 локтя. Нетрудно убедиться в том, что отношение апофемы к половине основания равно 1,618, то есть золотой пропорции.

Площадь основания пирамиды равна 250 000 кв. локтей, площадь боковой грани 101 125 $лк^2$, а площадь четырех граней пирамиды равна 404 500 $лк^2$. Отношение поверхности граней к площади основания также равно золотой пропорции.

Еще Геродот, основываясь на рассказах египетских жрецов, писал, что площадь квадрата, построенного на высоте пирамиды, равна площади каждой из его боковых граней. По нашим расчетам, квадрат высоты равен $318^2 = 101\,127$ $лк^2$; что почти отвечает площади боковой грани (101 125 $лк^2$).

Многие исследователи указывают, что отношение удвоенной стороны основания 2L к высоте пирамиды H отвечает числу «пи». Однако в связи с тем, что высота пирамиды принималась равной современной и не всегда однозначной, число «пи» получалось разным: 3,16—3,18. На почве этого возникали сомнения, предпринимались различные подгонки, стали говорить даже о некоем «египетском числе π», равном 3,16. Если принять высоту пирамиды равной 318 локтям, то отношение $2L/H = 1000/318$ будет равно 3,144. Эта величина очень близка к современному значению числа π (3,14159...); отклонение составляет всего одну тысячную долю. Трудно ожидать более высокой точности от древних египтян (да еще и при выражении числа «пи» через отношение целых чисел!); к тому же все установленные значения имеют близкую точность.

Значение числа «пи», которым оперировали, по-видимому, строители пирамиды, равное 3,144, близко отвечает следующим выражениям: $3{,}144 = \frac{22}{7} = \frac{21+1}{7} = \frac{3\cdot7+1}{7}$, и вполне возможно, что египтяне довольствовались приближенным значением числа «пи», равным 3,14; ведь и сейчас мы в большинстве случаев пользуемся этим значением числа «пи» без ущерба для расчетов.

Кроме этого, судя по папирусу Ринда, египтяне эпохи Среднего царства приравнивали площадь круга к площади квадрата, сторона которого равнялась 8/9 площа-

ди круга, что отвечает значению числа «пи», равному 3,16. Возможно, что этот упрощенный вариант расчета площади круга был предназначен для «широкой публики», а более точное значение числа «пи», воплощенное в пирамидах, сохранялось жрецами в глубокой тайне.

Интересно сравнить два основных отношения, установленных нами при изучении геометрических пропорций пирамиды: $2H/L=\Phi$ и $2L/H=\pi$. Подкупает простота и схожесть, некая симметричность этих формул, которые связывают значения величины числа «пи» и золотой пропорции отношением: $4/\pi=\sqrt{\Phi}$. И точность расчета величин по этим формулам довольно хорошая — число «пи» равно 3,14, а золотая пропорция — 1,618. А ведь указанные соотношения размеров пирамиды получены при использовании только целых чисел, равных числу локтей.

Таким образом, есть основание утверждать, что основным отношением частей пирамиды Хеопса является золотая пропорция, выраженная в пирамиде неоднократно. В отношениях высоты и основания содержится число «пи». Такой представляется основная геометрическая идея, воплощенная в великой пирамиде. Все закономерные соотношения размеров сооружения явились результатом заложения в нем двух исходных величин: стороны основания, равной 500 локтям, и высоты, равной 318 локтям. Эти два размера и определили все остальные пропорции, они и стали воплощением основной геометрической идеи пирамиды.

А теперь вернемся к началу строительства этого памятника, к его проекту. В верхних эшелонах египетской власти было решено строить пирамиду Хеопса с основанием 500×500 локтей, дабы перекрыть все прежние рекорды, утереть нос предыдущим фараонам, «сделать пирамиду» в 5 раз больше, чем у фараона Хофра (100× ×100 лк). Вопрос о размерах основания решен единогласно (один провозгласил, другие не возражали).

Осталось решить вопрос о высоте. Здесь уже слово было предоставлено ученым мужам, мудрочтимым жрецам. Проведя долгие дни и ночи в библиотеках дворца и произведя многочисленные и таинственные для непосвященных расчеты, они установили: высота пирамиды должна быть равной 318 локтям и ни одним больше или меньше. Только при высоте пирамиды в 318 локтей и основании 500 локтей отношение удвоенного основания

к высоте отвечает священному числу «пи», которое составляет 3,14. Если увеличить высоту пирамиды всего лишь на один локоть, отношение это будет равно 3,135, а если уменьшить всего на один локоть, оно составит 3,154. Следовательно, только отношение 2·500/318 давало величину, отвечающую числу «пи». Установленная в 318 локтей высота пирамиды и обеспечит заложенную в ней гармонию, геометрическую красоту формы и великую мудрость ее создателей.

Гениальные создатели пирамиды Хеопса стремились поразить далеких потомков глубиной своих знаний, и они достигли этого. Следует лишь удивляться высокому знанию и искусству древних математиков и архитекторов Египта, которые смогли воплотить в пирамиде две иррациональные (то есть несоизмеримые!) величины — π и Ф со столь поразительной точностью, оперируя исходными отношениями целых чисел — стороной основания и высотой пирамиды, выраженных в локтях.

Итак, подведем итоги. Какую же информацию о знаниях древних египтян в области математики содержит пирамида Хеопса? К ней нужно отнести знание геометрии пирамид, ее сечений, углов, отношение сторон, знание гармонического треугольника с отношением сторон, равным $\sqrt{Ф}$. Но из этого отношения сторон в треугольнике, равного $\sqrt{Ф}$, следует уравнение $x^2=x+1$. Может быть, и его знали египтяне?

Пирамида свидетельствует о знании египтянами золотой пропорции, равной 1,618. Однако трудно предполагать, что египтяне знали и выражение для золотой пропорции: $Ф = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Пирамида свидетельствует о знании ими числа «пи» и соотношения между числом «пи» и золотой пропорцией. Но ведь обе эти величины являются иррациональными. Знали ли египтяне о несоизмеримости этих величин?

Можно предполагать, что не знали; ведь они выражали в пропорциях пирамиды эти величины через отношения целых чисел.

Пирамида несет нам как послание с далеких веков фундаментальные знания по математике. Возможно, что это еще не все скрытые в пирамиде математические откровения. Может быть, удастся открыть и другие «тайны» великой пирамиды, если не гнаться за сенсациями и не впадать в мистику.

Читатель вправе усомниться в обоснованности сделанных выводов. Ведь изучена только одна пирамида. Может быть, совершенно случайно отношение удвоенной стороны основания к высоте пирамиды оказалось близким величине «пи»? А затем уже пошли «математические фокусы» с числами и формулами? Ну что же, каждый имеет право на сомнение, а автор обязан убедить читателя в своей правоте достаточным числом фактов и аргументов.

О том, что установленные в пирамиде Хеопса соотношения размеров не являются случайными, в частности, не случайно и отношение высоты к основанию, свидетельствуют замеры других египетских пирамид, приведенных в книге Л. Зайдлера «Атлантида». У четырех из них угол наклона боковых граней к плоскости основания равен 51°51′, что отвечает тангенсу угла α (отношению высоты пирамиды к половине стороны основания), равному $1{,}273=\sqrt{\Phi}=4/\pi$. У других пирамид это отношение соответствовало $4:3$; $3:\pi$; $2:\pi$; $5:4$. Причем точность этого отношения очень велика; отклонение угла наклона боковых граней от расчетных составляет 4 угловых минуты в пирамиде Хефрена, 2 угловых минуты в пирамиде Снофру и всего 1 угловую минуту — во всех остальных пирамидах, а погрешность в линейных размерах изменяется соответственно от 0,25 до 0,02 процента. Как видно, у многих пирамид в основу соотношений размеров положена та же математическая идея, что и в пирамиде Хеопса, а у некоторых другие математические закономерности, которые целесообразно рассмотреть.

Из анализа размеров других пирамид Древнего Египта, описанных в книге Л. Зайдлера, видно, что в пропорциях многих из них фигурирует число «пи», величина которого очень близка к его истинному значению. Так, в пирамиде фараона Аменехета расчет числа «пи», сделанный на основании угла наклона боковых граней, всего на 0,0002 отличается от современного значения этой величины. Почти столь же близкое значение числа «пи» получено при расчетах пропорций в пирамиде фараона Снофру. И в других пирамидах с наклоном боковых граней таким же, как у пирамиды Хеопса, расчеты приводят к удивительно точному значению числа «пи». Тут уже трудно утверждать о наличии лишь случайного совпадения. Но и не легко доказать, что

египетские зодчие сознательно и целенаправленно стремились воплотить в пропорциях пирамид числа π и Ф, хотя бесспорно, что пропорции созданных ими грандиозных сооружений очень точно отвечают истинным значениям этих величин.

В приведенных расчетах углы наклона боковых граней пирамид определены с точностью до 1 угловой минуты. Изменение же угла наклона боковых граней лишь на 1 угловую минуту изменяет расчетную величину числа π на 0,002. Таким образом, рассчитанные на основании наклона боковых граней пирамид величины чисел «пи» отклоняются от истинного значения этой величины в пределах точности современного замера угла наклона боковых граней (то есть в пределах 1'). Если учесть, что размеры пирамид определялись в целых числах количества локтей, то можно сказать, что все отмеченные «ошибки» расчетных величин числа «пи» находятся в пределах точности измерений, применяемых в Древнем Египте.

Значительный интерес представляет пирамида Хефрена. Угол наклона боковых граней в ней равен 53°12', что отвечает отношению катетов 4 : 3.

Такое отношение катетов соответствует хорошо известному треугольнику со сторонами 3 : 4 : 5, который называют «совершенным», «священным», или «египетским» треугольником. По свидетельству историков, «египетскому треугольнику» придавали магический смысл. Плутарх писал, что египтяне сравнивали природу Вселенной с треугольником; они символически уподобляли вертикальный катет мужу, основание — жене, а гипотенузу — тому, что рождается от обоих. Как указывает Лауэр, среди пирамид VI династии, почти полностью разрушенных, обнаружена пирамида Пени II в Саккаре с углом наклона боковых граней около 53°, что сближает ее с пирамидой Хефрена, в основе построения которой лежит священный треугольник 3 : 4 : 5.

Для треугольника 3 : 4 : 5, как говорилось, справедливо равенство $3^2+4^2=5^2$, которое выражает теорему Пифагора. Не эту ли теорему хотели увековечить египетские жрецы, возводя пирамиду на основе треугольника 3 : 4 : 5? Трудно найти более удачный пример для открытия и иллюстрации теоремы квадратов. Приходится вновь сомневаться в принадлежности Пифагора

к первооткрывателям знаменитой формулы. Но главного предприимчивый математик из Самоса добился: теорема названа его именем.

У ИСТОКОВ ЗОЛОТОЙ ПРОПОРЦИИ

У кого та мысль, разумная иль глупая, найдется, которой бы никто не ведал до него.

Гёте

Создание египетских пирамид свидетельствует о значительном уровне знаний в области геометрии, которыми владели зодчие. Но эти знания не возникли только в период строительства пирамид и не только в их геометрии были воплощены. Ко времени создания этих величественных монументов в египетской архитектуре уже был накоплен опыт создания сооружений с гармоническими пропорциями, уже были заложены основы геометрии. Египетские зодчие знали и умело использовали в своих сооружениях пропорции прямоугольных треугольников со сторонами $1:1:2$, $1:2:\sqrt{5}$, пропорции квадрата, прямоугольников с различными целочисленными соотношениями сторон.

Уже при сооружении первой египетской пирамиды Джосера в Саккаре (около 2800 лет до н. э.) комплекс храмов располагался в прямоугольнике со сторонами $1:2$. Толщина стен этого комплекса относилась к их высоте как $3:2$. Высота пирамиды (60 м) относится к стороне ее основания (121 м) как $1:2$. Само же основание пирамиды представляет собой прямоугольник со сторонами $2:\sqrt{5}$. Очевидно, уже в те далекие времена зодчие применяли пропорции прямоугольников и треугольников со сторонами $1:1$ и $1:2$ — простейших геометрических фигур. Да что говорить о Египте! Уже в самых древних архитектурных сооружениях человек использовал простые целочисленные пропорции. Древнейшим городом на земле является Иерихон. Его первые сооружения были созданы за 9500 лет до нашего времени. Храм, выстроенный в Иерихоне, представляет собой довольно сложное сооружение симметричной формы, его размер 6×9 м, то есть отношение сторон равно $2:3$.

Не случайно выбраны строителями пирамиды Хеопса и размеры усыпальницы фараона: размер в плане 10×20 локтей, а высота — 11,172 локтя. Диагональ

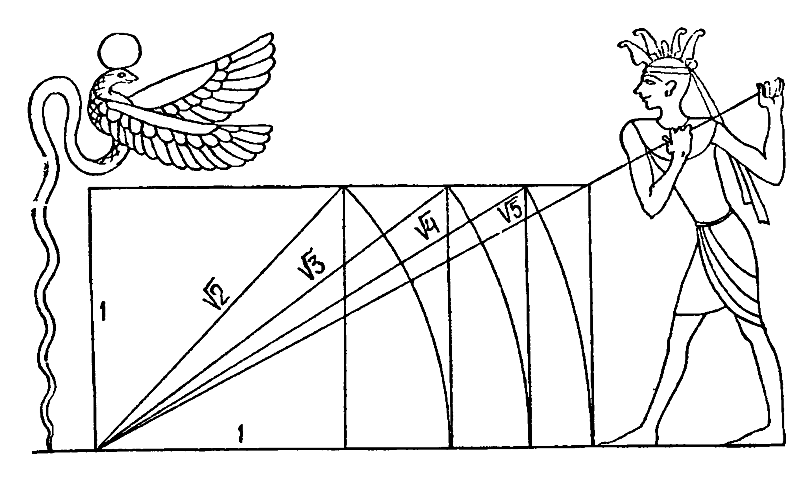


Рис. 7

основания усыпальницы делит его на два треугольника со сторонами $1:2:\sqrt{5}$. Диагональ восточной и западной стен камеры имеет размер 15 локтей, она делит эти стены на треугольники с соотношением сторон $2:3:\sqrt{5}$ или, в локтях, — $10:15:11{,}172$ где $11{,}172=5\cdot\sqrt{5}$ — высота усыпальницы.

Изучая архитектурные сооружения Древнего Египта, В. Н. Владимиров пришел к выводу о существовании в те времена системы пропорций, построенных на квадрате и его производных (рис. 7).

Проведем диагональ в квадрате со сторонами $1:1$, затем отложим длину этой диагонали на продолжении одной из сторон квадрата. Получим прямоугольник со сторонами $1:\sqrt{2}$ и диагональю, равной $\sqrt{3}$. Отложим эту диагональ на продолжении стороны прямоугольника, получим новый прямоугольник со сторонами $1:\sqrt{3}$ и диагональю, равной $\sqrt{4}=2$. Таким же путем получим третий прямоугольник со сторонами $1:2$ (то есть равный двум квадратам) и диагональю, равной $\sqrt{5}$.

Простейшая геометрическая фигура — квадрат с отношением сторон $1:1$ и диагональю $\sqrt{2}$ — в своем логическом развитии рождала удивительно красивую и стройную систему пропорций — «систему диагоналей», где простые целочисленные соотношения $1:1$, $1:2$ сопрягаются с иррациональными $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$. Указан-

ные построения «от квадрата» приводили к созданию производной системы треугольников с теми же отношениями сторон, построенными на сочетании целых и иррациональных чисел. Да и сами эти иррациональные числа являются производными все тех же простых целых чисел: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$. Логическое развитие указанной системы построений должно было привести и к уникальной золотой пропорции.

Как указывает В. Н. Владимиров, во многих сооружениях Древнего Египта встречается отношение $\sqrt{5}:2=1{,}118$, совпадающее с «функцией» золотого сечения. По его мнению, шесть связанных между собой величин: 1) квадрат, 2) его диагональ, 3) прямоугольный треугольник с углом 60°, 4) прямоугольник, состоящий из двух квадратов, 5, 6) отношения его диагонали к сторонам $\sqrt{5}:2$ и $\sqrt{5}:1$ лежат в основе пропорций большинства сооружений Древнего Египта.

Свидетельством этого является и изображение зодчего Хесира в его гробнице, расположенной вблизи пирамиды фараона Джосера. И. Ш. Шевелев обратил внимание, что в руках у зодчего изображены орудия труда: прибор для письма и две мерные палки, служившие, вероятно, эталонами мер. Длины этих палок соотносятся как сторона и диагональ прямоугольника «два квадрата», то есть как числа 1 и $\sqrt{5}$. Очевидно, этот секрет зодчего и хотел изобразить ваятель на портрете Хесиры, чтобы довести его до сведения далеких потомков.

Изучая архитектуру Древнего Египта, К. Н. Афанасьев установил, что во многих сооружениях проявляются пропорции священных или египетских прямоугольных треугольников. Простейший египетский треугольник характеризуется отношением сторон 3 : 4 : 5, известны также треугольники с соотношением сторон 5 : 12 : 13 и 20 : 21 : 29. Очевидно, эти треугольники были издавна известны в Древнем Египте и их пропорции широко использовались архитекторами. Треугольник со сторонами 3 : 4 : 5 очень удобен для практического применения; с его помощью легко построить прямой угол, который был необходим как в создании архитектурных сооружений, так и в замерах площадей земельных участков. Этим и объясняется распространенность пропорций треугольника 3 : 4 : 5 в Древнем Египте. Об этом

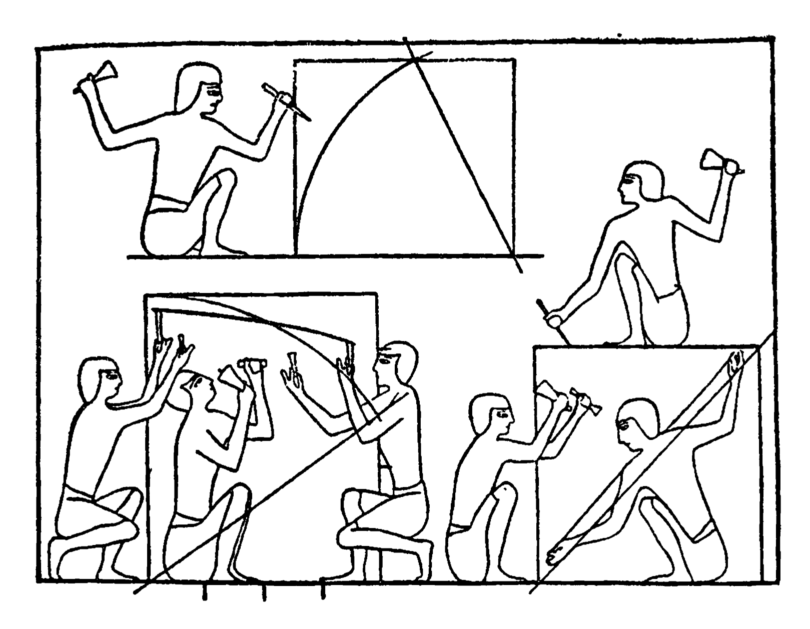


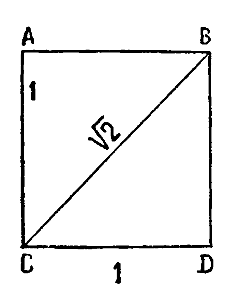
Рис. 8

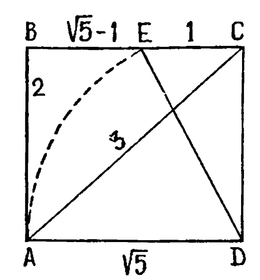
свидетельствует целый ряд примеров, описанных К. Н. Афанасьевым.

Так, стороны участка богатой усадьбы в Ахетатоне построены в отношении 3 : 4. Стороны Северного дворца в Ахетатоне построены в пропорции сторон 4 : 5. Отношение длины к ширине главного зала заупокойного храма фараона Хефрена равно 5 : 3, то есть отношению гипотенузы к меньшему катету. Общая длина всего храма относится к его ширине как 12 : 5, что отвечает соотношению катетов другого «египетского» треугольника (5 : 12 : 13).

Однако все это только отдельные, разрозненные примеры. Интересно было бы найти учебник геометрии, составленный учеными Древнего Египта. Ведь должны же быть где-то изложены основные знания Древнего Египта по геометрии, должен же существовать письменный источник, из которого зодчие черпали необходимые им знания по составлению пропорций?

На одном из египетских рельефов гробницы периода древнего царства (2800—2400 гг. до н. э.) хорошо сохранился рисунок, изображающий семь мужских фигур возле трех прямоугольников (рис. 8). По характеру фи-





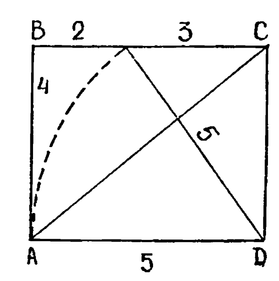


Рис. 9

гур, их поз, инструментам в руках нетрудно догадаться, что здесь изображена обработка каменотесами трех каменных блоков. Возле каждого из блоков расположен каменотес с зубилом в одной руке и молотком в другой. Здесь же расположено четверо «разметчиков», которые производят разметку прямоугольных каменных плит. Может быть, это архитекторы или их подмастерья, которые обучены геометрии и, пользуясь простейшими приспособлениями, прежде всего шнуром, определяют геометрические пропорции каменных плит? Что же хотел сообщить своим далеким потомкам безвестный художник или ученый, оставивший свой простой и лаконичный рисунок?

Рассмотрим внимательно каждый прямоугольник в отдельности. Стороны правого нижнего прямоугольника равны, следовательно, это квадрат со сторонами 1 : 1 и диагональю, равной $\sqrt{2}$. Изображенный на рисунке разметчик с помощью нити или шнура замеряет размер диагонали квадрата, акцентируя внимание на этом элементе рисунка (рис. 9).

Отношения сторон в верхнем прямоугольнике равно 1,118, что равно отношению $\sqrt{5}:2$, то есть отношению стороны квадрата к диагонали его половины. Отношение $\sqrt{5}:2$ тесно связано с золотой пропорцией, равной $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ = 1,61803... и его часто называют «функцией золотой пропорции». (Это выражение будет нам встречаться довольно часто, и его стоит запомнить. Обозначим наш прямоугольник АБСД. На рисунке видно, что в прямоугольнике проведена дуга радиусом, равным большой стороне, до пересечения с другой стороной.

Точка пересечения Е делит большую сторону на два отрезка ВЕ и ЕС, отношение которых равно 1,236, то есть $\sqrt{5}-1$. Отношение меньшей стороны прямоугольника к меньшей части отрезка ЕС равно двум. Радиус дуги ДЕ образует гипотенузу треугольника ЕСД с отношением катетов 1 : 2 и гипотенузой, равной $\sqrt{5}$.

Прямоугольный треугольник ЕСД с отношением сторон 1 : 2: $\sqrt{5}$ примечателен тем, что в нем присутствуют отношения сторон, отвечающие золотой пропорции. Действительно, отношение суммы гипотенузы и малого катета к большому катету равно золотой пропорции. Подобное отношение (ЕД—ЕС)/СД = $(\sqrt{5}-1)/2 = 0{,}618...$ равно другому выражению золотой пропорции.

Из приведенных отношений следует, что диагональ этого прямоугольника равна трем, а образуемый ею треугольник АСД имеет отношение сторон, равное $2:\sqrt{5}:3$. Площадь этого треугольника равна $\sqrt{5}$, а полуразность площадей треугольников АСД и ЕСД равна золотой пропорции.

В третьей каменной плите, которую обрабатывает один каменотес и двое размечают, отношения сторон равны 5 : 4. В точке Е дуга делит большую сторону прямоугольника в соотношении 3 : 2. Образующийся прямоугольный треугольник ЕСД имеет соотношение катетов и гипотенузы 3 : 4 : 5. Такой треугольник издавна назывался, как мы знаем, священным, или египетским. Он принадлежит к числу треугольников, в которых отношение катетов и гипотенузы выражается целыми числами. Такие треугольники наглядно иллюстрируют формулу квадратов, которую все знают как «формулу Пифагора». Не подлежит сомнению, что египетский художник или математик (или зодчий) решил изобразить именно этот треугольник на своем рисунке и не только его, но и порядок построения такого треугольника в прямоугольнике со сторонами 4 : 5.

Подведем итоги. В сохранившемся рисунке на гробнице приводятся изображения трех прямоугольников и сведения о построении пяти различных прямоугольных треугольников с соотношением катетов 1 : 1, 1 : 2, $2:\sqrt{5}$, 3 : 4 и 4 : 5. В их числе квадрат, прямоугольник «два квадрата», священный (или египетский) треугольник со сторонами 3 : 4 : 5, треугольник с катетами 4 : 5. Они дают богатый набор важнейших пропорций: 1 : 1, 1 : 2,

$1:\sqrt{2}$, $2:\sqrt{5}$, $2:3$; $3:4$, $4:5$ и т. д., широко распространенных в архитектуре Древнего Египта. Характерно, что и соотношение числа каменотесов (3) к числу разметчиков (4) на рисунке отвечает отношению катетов в священном египетском треугольнике. Наверное, и их число на рисунке не случайно.

Очевидно, что все три прямоугольника, изображенные на древнем рельефе, выбраны совсем не случайно, они образуют строго согласованную систему взаимосвязанных геометрических фигур. Изображены не только эти фигуры, но и методы их построения с помощью линейки и шнура, игравшего роль циркуля. А циркуль и линейка были, как известно, долгое время единственными инструментами древних геометров. Все геометрические построения, определение пропорций, разбиение целого на части производилось с помощью этих простейших инструментов.

Нет, на древнем рельефе не просто сцена, изображающая работу каменотесов. В ее лаконичных геометрических фигурах тщательно зашифрован если не весь, то основной багаж знаний по геометрии, который накопили египетские ученые древнего царства. Здесь целый арсенал средств построения геометрических пропорций, которые широко использовали египетские архитекторы в своей работе. В этом рельефе «краткая аннотация» геометрии египтян.

Следует лишь удивляться достигнутому египтянами уровню знаний геометрии, умению пользоваться этими знаниями, изощренности их математического мастерства; им нельзя отказать ни в глубине познания основ геометрии, ни в уменье логически мыслить, ни во владении гармоническими пропорциями, если учесть, что творцы рельефа на гробнице жили 45 столетий назад.

Вот такая удивительная информация содержится в простеньком рисунке, изображающем египетских каменотесов за работой! А что, в таком случае, остается сказать о египетских пирамидах, хранящих знания древних ученых Египта? Здесь каждая геометрическая фигура, каждая пропорция заслуживают внимательного изучения.

Священные, или египетские треугольники были известны не только в Древнем Египте. Матила Гика в своей книге «Эстетика пропорций в природе и искусстве» (1936 г.) указывает на знание треугольников со сторонами $3:4:5$ китайцами еще в XI веке до н. э. Встре-

чаются в античной архитектуре и отношения 20:21. Многочисленные примеры такой пропорции приводит советский ученый К. Н. Афанасьев. Интересно, что и знаменитый своей архитектурой храм Софии в Константинополе (Стамбуле) имеет соотношение размеров 20:21.

Пропорции архитектурных сооружений типа 1:2, $1:\sqrt{2}$ и им подобные легко объяснить ссылкой на прямоугольники и квадрат — простейшие геометрические фигуры, взятые в основу архитектурных построений. Но как объяснить применение пропорции 20:21? Едва ли это можно объяснить ссылкой на священный треугольник со сторонами 20:21:29. Да и знали ли его зодчие древнего мира? А если нет, то почему они предпочли правильному квадрату со сторонами 1:1 слегка искаженный со сторонами 1:1,05? Может быть, им не понравился правильный квадрат по его эстетическим критериям? Такой квадрат они могли посчитать «мертвым», лишенным динамики и предпочли ему неправильный, слегка искаженный, но «живой»? Ведь к подобной идее пришли их коллеги по профессии спустя тысячелетия, а новое, как известно, это хорошо забытое старое.

Ну а как же с золотой пропорцией? Можно ли считать ее первооткрывателями жителей Древнего Египта? Невозможно с полной уверенностью утверждать, что египетские зодчие имели научное представление о золотой пропорции и ее математических свойствах. Но бесспорно, что они знали и сознательно применяли замечательные треугольники: священный со сторонами 3:4:5, треугольник со сторонами $1:2:\sqrt{5}$, гармонический треугольник с отношением сторон $1:\Phi$ и $1:\sqrt{\Phi}$, а в них содержится золотая пропорция и «около нее нельзя было пройти мимо».

Современные исследователи приходят к выводу, что египтяне еще в эпоху древнего царства разработали систему «гармонического пропорционирования» изображения, причем в его основе лежит золотая пропорция. «Поскольку пропорциональные соотношения носили универсальный характер, — отмечает Н. А. Померанцева, — распространяясь на многие области науки, философии и искусства, и воспринимались самими египтянами как отражение гармонического строения мироздания, они считались священными и, что вполне возможно, держались в тайне».

Неудивительно, что сведения о золотой пропорции

и других достижениях геометрии древних египтян, содержащиеся в геометрических пропорциях пирамид и в рассмотренном рисунке, так умело зашифрованы. Для не посвященного в премудрости египетской науки рисунок на гробнице изображает каменотесов за обработкой каменных плит, а для достаточно эрудированных — это кладезь премудрости, сокровищница знаний египетских ученых (жрецов).

Значит ли это, что египтяне являются первооткрывателями золотой пропорции? Такое утверждение было бы преждевременным. Чем больше мы изучаем древние культуры, тем больше убеждаемся в наличии глубоких корней, в преемственности многих знаний. Ведь и египетская наука не возникла на пустом месте. Она наследовала знания других народов, других эпох, и прежде всего Двуречья. Существует также гипотеза, что некоторые свои знания египтяне получили от жителей легендарной Атлантиды. Эту гипотезу активно поддерживал поэт В. Брюсов. В одном из своих стихотворений он писал:

...Терпенье, труд, упорный, чрезвычайный,
Воздвигли там ряд каменных могил,
Чтоб в них навек зов истины застыл:
Их числа, формы, грани — не случайны!
Египет цели благостной достиг:
Хранят поныне плиты пирамиды
Живой завет погибшей Атлантиды.

Может быть, в далекой истории Двуречья и Атлантиды теряются корни египетской культуры и с ними истоки открытия золотой пропорции? И вот неожиданно в наше богатое открытиями время следы золотой пропорции удалось обнаружить в еще более удаленном от нас прошлом, в удаленном на 20—25 тысяч лет.

Как сообщает Б. Фролов, при археологических раскопках палеолитической стоянки на реке Ангаре в Сибири М. Герасимов обнаружил прямоугольную тщательно обработанную пластинку, изготовленную из бивня мамонта. Пластинка декорирована сложным рисунком спиральной формы, в центре ее — отверстие. Размеры пластинки $13{,}6 \times 8{,}2$ см, что с точностью до ± 1 мм отвечает золотой пропорции. Возраст этой стоянки оценивается в 20—25 тысяч лет. Очевидно, пластинка из этой палеолитической стоянки является наиболее древним свидетельством применения людьми правила золотой пропорции.

Если бы указанная находка была единственной, можно было бы считать соотношение сторон в ней, отвечающее золотой пропорции, просто случайностью. Однако и в изображениях эпохи палеолита более позднего периода (около 15 тыс. лет назад) в пещерах Франции также обнаружены подобные пропорции. Американский студент Макс Рафаель писал в 1946 году, что изображения бизонов, мамонтов и лошади в этих пещерах находятся в размерах золотой пропорции. А. Окладников нашел на скалах возле села Шишкино на реке Лене палеолитические рисунки диких коней и козла, размеры которых таковы, что они находятся в соответствии с пропорцией золотого сечения. К тому же и пластина из бивня мамонта, описанная выше, оказалась необычной, она являлась древним календарем. Семь витков спирали на ее поверхности имели 243 зазубрины, а кромки — 122 зазубрины, что в сумме составляло 365 — число дней в году.

Нет необходимости доказывать, что у людей палеолита не было научного представления о золотой пропорции. Применение ими золотой пропорции было итогом творческой интуиции, интуитивного познания мира. Но разве это принижает творцов эпохи палеолита? И как здесь не вспомнить замечательное стихотворение Валерия Брюсова:

Мечтатели, сибиллы и пророки
Дорогами, запретными для мысли,
Проникли — вне сознания — далеко,
Туда, где светят царственные числа.

ЛЕОНАРДО ФИБОНАЧЧИ И ЕГО ЗАДАЧИ

Как прекрасно почувствовать единство целого комплекса явлений, которые при непосредственном восприятии казались разрозненными.

А. Эйнштейн

Усилием математиков золотая пропорция была объяснена, изучена и глубоко проанализирована. Казалось бы, вопрос исчерпан. Оставалось лишь изучать проявление этой закономерности в природе, искать ее практическое применение. Возможно, так бы и произошло, если

бы не появилась в истории математики одна незаметная задача.

С понятием «средневековье» в нашем сознании ассоциируется разгул инквизиции, костры, на которых сжигали ведьм и еретиков, крестовые походы за «телом господним». Наука в те времена явно не находилась «в центре внимания общества». В ее разрозненных очагах едва теплилась пытливая мысль ученых; она никогда не угасала, даже при безраздельном господстве догматов христианской религии.

В этих условиях появление книги по математике, написанной в 1202 году итальянским математиком Леонардо из Пизы, явилось важным событием в «научной жизни общества». В книге «Liber abacci» («Книга об абаке») были собраны известные в то время сведения по математике, приводились примеры решения всевозможных задач. И среди них была простая, не лишенная практической ценности для предприимчивых итальянцев, задача о кроликах: «Сколько пар кроликов в один год от одной пары рождается?» Далее в задаче поясняется, что природа кроликов такова, что через месяц пара их производит на свет другую пару, а начинают размножаться кролики со второго месяца после своего рождения. В результате решения этой немудреной задачи получился ряд чисел 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 и т. д. Этот ряд чисел был позже назван именем Фибоначчи, так называли Леонардо (Fibonacci — сокращенное filius Bonacci, то есть сын Боначчи).

Чем же примечательны числа, полученные Леонардо Фибоначчи? Рассмотрим этот ряд чисел: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 277, 610, 987, 1597 и т. д. В этом ряду каждое последующее число является суммой двух предыдущих чисел. На языке математики это записывается следующим образом:

$U_1, U_2, ..., U_n$, где $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$.

Такие последовательности, в которых каждый член является функцией предыдущих, называют в математике рекуррентными, или возвратными последовательностями. Рекуррентным является и ряд чисел Фибоначчи, а члены этого ряда называют числами Фибоначчи. Оказалось, что они обладают рядом интересных и важных свойств.

Спустя четыре столетия после открытия Фибоначчи ряда чисел И. Кеплер (1571—1630) установил, что отношение рядом стоящих чисел в пределе стремится к

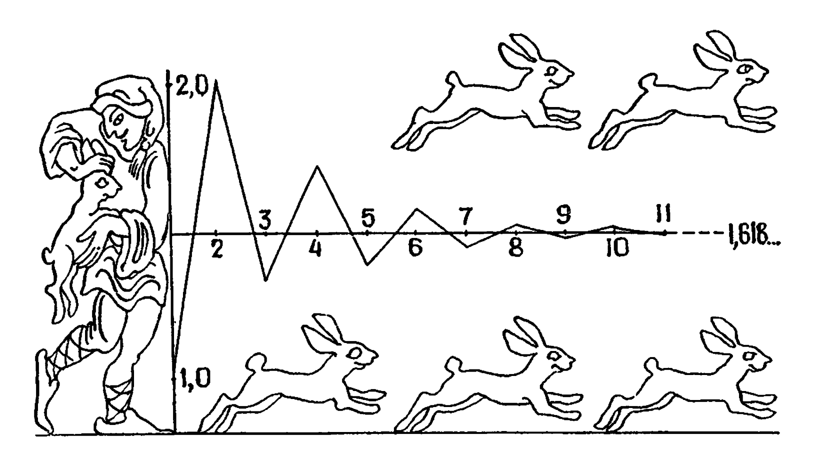


Рис. 10

золотой пропорции. На языке математики это выражается формулой $U_{n+1}/U_n \to Ф$ при $n \to \infty$. Здесь $Ф = 1{,}61803...$ является золотой пропорцией (общепринято обозначение золотой пропорции буквой Ф — первой буквой имени Фидия — греческого скульптора, применявшего золотую пропорцию при создании своих творений).

Через сто лет английский ученый Р. Симпсон математически строго доказал, что отношение рядом расположенных чисел Фибоначчи в пределе стремится к золотой пропорции, равной $(\sqrt{5}+1)/2$. И лишь в 1843 году математик Ж. Бине нашел формулу для отыскания любого члена ряда чисел Фибоначчи.

Определим отношение рядом расположенных чисел Фибоначчи (U_n/U_{n-1}): оно равно 2, 1,5; 1,66; 1,6; 1,625; 1,615..., 1,619..., 1,6181..., 1,61797...; 1,61805... и т. д. Полученные отношения как бы колеблются около постоянной величины, постепенно приближаются к ней, разница между соседними отношениями уменьшается. Это наглядно видно на приведенном графике (рис. 10). Отношение рядом расположенных чисел Фибоначчи в пределе стремится к величине, близкой 1,618... то есть золотой пропорции.

Соотношение рядом стоящих чисел ряда Фибоначчи отражает колебательный процесс, осцилляцию, строго периодическое со все уменьшающейся амплитудой уменьшение разницы в отношениях этих чисел, затухающее колебание этих отношений относительно величины

Ф — золотой пропорции. Эта закономерная затухающая осцилляция отражает единство и борьбу целочисленной дискретности и непрерывности затухающих колебаний. Это подобно самой жизни, которая вечно стремится к равновесию и никогда его не достигает, то приближаясь, то удаляясь от некоторой золотой середины — желанной и недосягаемой.

Величина Ф считается иррациональным числом, то есть несоизмеримым, его нельзя выразить через отношение целых чисел. Но при развертывании ряда чисел Фибоначчи их отношение будет все ближе к золотой пропорции и в пределе... будет равно золотой пропорции (точнее, бесконечно близко к ней). Выходит, что иррациональная величина Ф равна отношению двух бесконечно больших чисел, то есть она соизмерима. Здесь проявляется еще одна интересная грань взаимосвязи целых чисел Фибоначчи с иррациональной золотой пропорцией.

А теперь сложим расположенные через одно числа Фибоначчи. Получим новый ряд чисел: 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 123... и т. д. Как видим, получим также рекуррентный ряд чисел; отношение соседних чисел здесь также в пределе стремится к золотой пропорции.

Этот производный рекуррентный ряд чисел можно получить из ряда чисел Фибоначчи и другим способом. При последовательном закономерном делении последующих чисел ряда Фибоначчи на предыдущие получим: $1:1=1$; $3:1=3$; $8:2=4$; $21:3=7$; $55:5=11$; $144:8=18$, $377:13=29$ и т. д., то есть производимый рекуррентный ряд, получивший название «ряд Люка». Сложив расположенные через одно числа ряда Люка, получим новый производный рекуррентный ряд: 15, 25, 40, 65, 105... и т. д. Разделив числа этого ряда на пять, получим исходный ряд чисел Фибоначчи.

Числа Фибоначчи обладают многими интересными свойствами. Так, сумма всех чисел ряда от первого до U_n равна следующему через одно число (U_{n+2}) без единицы. Легко показать и проверить на примерах, что отношение расположенных через одно чисел Фибоначчи в пределе стремится к квадрату золотой пропорции, равному 2,618033... Удивительное свойство! Получается, что $Ф+1=Ф^2$. Но ведь это соотношение имеет место в совершенном прямоугольном треугольнике с углом около 51°50′. Это же уравнение связывает отрезки целого, разделенного на две части в соответствии с золотой

пропорцией. Невидимая, но прочная связь общих закономерностей соединила в логически единую стройную систему совершенные геометрические фигуры, пирамиды Египта, задачу о размножении кроликов.

Обратим внимание на удивительную инвариантность золотой пропорции: $\Phi = (\sqrt{5}+1)/2 = 1{,}618...$ $1/\Phi = (\sqrt{5}-1)/2 = 0{,}618...$, $\Phi^2 = (\sqrt{5}+3)/2 = 2{,}618...$ Такие значительные преобразования, как возведение в степень, не смогли уничтожить сущность этой уникальной пропорции, ее «иррациональную душу». Следующие соотношения еще раз демонстрируют инвариантность золотой пропорции: $\Phi(\Phi-1) = 1$; $\Phi^2 - \Phi = 1$; $\Phi - 1/\Phi = 1$; $1/\Phi^2 + 1/\Phi = 1$. Едва ли найдется в математике второе подобное число.

Золотая пропорция является иррациональной величиной, она отражает иррациональность в пропорциях природы. Числа Фибоначчи отражают целочисленность в организации природы. Совокупность обеих закономерностей (золотой пропорции и чисел Фибоначчи) отражает диалектическое единство двух начал: непрерывного и дискретного, подвижного и инертного и т. п.

Характерно, что ряд чисел Фибоначчи в своем развитии стремится к пределу, выражающему золотую пропорцию. Не это ли является убедительным свидетельством единства этих двух критериев гармонии природы?! Следует учесть, что числа Фибоначчи получены при решении задачи о размножении организмов, затрагивающей глубинные законы развития биосферы. Золотая пропорция выражает единственное из возможных соотношение частей с целым. Неудивительно, что золотая пропорция признана основным критерием гармонии природы. Последовательный ряд инвариантов золотой пропорции (1, 0,618; 0,382; 0,236; 0,146; 0,090; 0,056 и т.д.) обладает свойством рекуррентности (в обратном исчислении) и аналогичен ряду чисел Фибоначчи. Это еще раз подтверждает глубинную связь чисел Фибоначчи с золотой пропорцией. В этом ряду чисел второй член ряда выражает связь двухлинейных размеров — двух соседних чисел. Третий член ряда, число 0,382, выражает связь площадей квадратов, а четвертое число 0,236 — выражает связь объемов кубов ($0{,}618^2 = 0{,}382$; $0{,}618^3 = 0{,}236$).

В 1917 году американский ученый Натан Альтшиллер-Курт из Оклахомского университета опубликовал в математическом журнале статью, в которой привел вы-

ражение золотой пропорции через развертывание единицы:

$$\Phi = \lim \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}}}$$

Затем были найдены и другие формулы для нахождения золотой пропорции путем его бесконечного дробления. Все они свидетельствуют о предельной простоте и фундаментальности этой величины; ведь она является здесь производной единицы — начала натурального ряда чисел, начала исчисления.

Фундаментальность числа Ф, его «изначальный» характер дают основание приобщить его к двум другим не менее важным и фундаментальным числам: числу «пи», выражающему отношение длины окружности к диаметру, и е — основанию натуральных логарифмов.

Характерно, что все три числа являются несоизмеримыми, символизируя единство непрерывного и дискретного, их бесконечную борьбу и непрерывное движение, изменение природы. Математики нашли изящные выражения для вычисления величин π и е, используя ряды и непрерывные дроби. В них эти фундаментальные величины выводятся из сочетания целых чисел.

Не случайно математики Р. Курант и Г. Робинс утверждают, что «руководящим принципом современной математики стало сведение в конечном счете всех утверждений к утверждениям, касающимся натуральных чисел 1, 2, 3...». Универсальность иррациональных величин Ф, е, π, их широкое распространение в различных закономерностях стимулируют поиски уравнений, которые бы объединили эту триаду мировых констант природы.

Такие попытки предпринимались неоднократно. Величайшим триумфом математики явилось открытие формулы, которая связывает число «пи» с основанием натуральных логарифмов е. Эта формула была открыта Эйлером и позже де Муавром и названа именем последнего:

$$e^{\pi i}+1=0,$$

где i — мнимое число, равное $\sqrt{-1}$.

«Эта знаменитая формула — возможно, самая компактная и знаменитая из всех формул»,— писали американские ученые Э. Кезнер и Дж. Ньюмен. Известная формула Гаусса нормального распределения случайной величины характеризуется плотностью вероятности какого-либо события; в ней вероятностью распределения

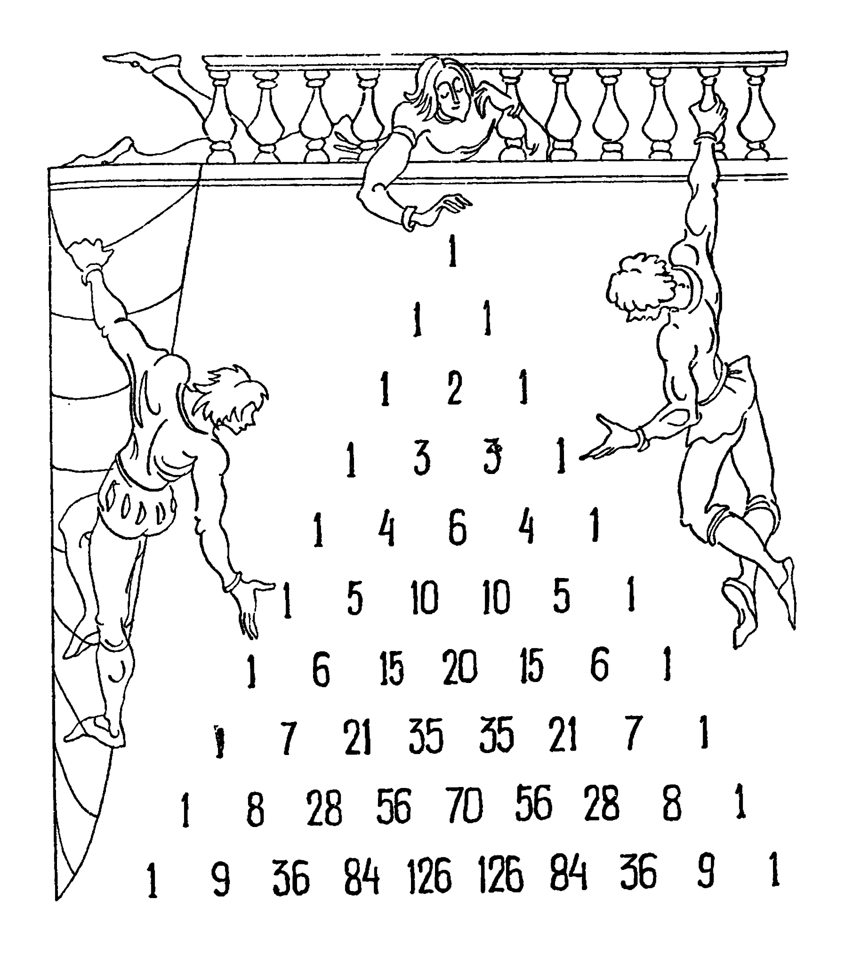


Рис. 11

связаны числа π и е. Не в этой ли формуле отражен вероятностный характер законов природы?

Выше мы отметили связь золотой пропорции с числом «пи», которая выражена очень простой и красивой формулой $\Phi = 2\mathrm{Cos}\frac{\pi}{5}$. Таким образом, все три величины е, π и Φ связаны между собой простыми отношениями, могут быть выражены через соотношения рядов целых чисел, в том числе через единицу. Не свидетельсгвует ли это об их органическом единстве, об их фундаментальности?

Французский математик Паскаль (1623—1662) построил числовую таблицу, имеющую форму треугольника; в ней каждая строчка получается из предыдущей путем удвоения каждого из чисел строчки (рис. 11). Эта таблица получила название «треугольник Паскаля». Сумма чисел n-й строки треугольника Паскаля равна 2^n, то есть суммы чисел в строчках возрастают в степенной зависимости, удваиваясь в каждой последующей строчке.

Такой характер построения треугольника Паскаля отвечает наиболее простому размножению организмов в биологии, например, делению клеток. Каждая клетка в результате деления превращается в две клетки, которые, в свою очередь, делятся на две клетки и т. д.

Треугольник Паскаля обладает многими интересными свойствами. Все строки его симметричны. Между суммами чисел в столбцах установлена следующая зависимость: если из большего числа вычесть рядом стоящее меньшее число, получим следующее число в ряду сумм. Установлена связь чисел ряда Фибоначчи с треугольником Паскаля. Если провести диагонали треугольника Паскаля, то суммы чисел на этих диагоналях составят ряд чисел Фибоначчи.

Задача о кроликах, очевидно, выражает некоторую общую закономерность роста, свойственную всем организмам, самой жизни. Поэтому закономерности ряда чисел Фибоначчи и порожденная ими золотая пропорция должны в той или иной форме проявляться в самых различных организмах: в их строении, эволюции, функционировании. И действительно, исследования ученых в самых разнообразных областях природы привели к открытию в них закономерностей, отвечающих числам Фибоначчи и золотой пропорции. Где только не находили числа Фибоначчи! И в картинах художников, и в кардиограмме, и в строении почв, и в деятельности мозга...

Ряд чисел Фибоначчи был получен при решении задачи о размножении кроликов при следующих исходных условиях: «через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рожают кролики со второго месяца после рождения». Конечно, эта задача чисто условная, математическая. Ведь кролики отличаются более высокой плодовитостью и рожают не по одной паре крольчат, но и производить потомство начинают не с двухмесячного возраста.

Можно эту задачу составить так, чтобы она была аналогична задаче Фибоначчи, но с большим временем, после которого кролики начинают размножаться, например равным трем месяцам, то есть утроенному в сравнении с ежемесячным рождением кроликов. Естественно, что в этих условиях размножение кроликов будет происходить менее интенсивно. В результате такого размножения число пар кроликов составит ряд чисел: 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 13 ; 19 ; 27 ; 40 ; 59 ; 86 ; 126 ; 185; и т. д. Нетрудно видеть закономерность этого ряда чисел: здесь каждое число ряда является суммой двух чисел — предыдущего и расположенного через одно (например, 185=126+59). Это соотношение можно выразить в следующем виде: $U_n = U_{n-1} + U_{n-3}$.

Отношение двух рядом стоящих чисел этого ряда, например U_{27}/U_{26}, , равно 1,46557... а отношение чисел, расположенных через одно, например, U_{27}/U_{25}, равно 2,1479... Нетрудно убедиться, что второе отношение равно квадрату первого, а куб первого отношения равен 3,147... Отсюда следует уравнение, аналогичное уравнению золотой пропорции, которое для данного ряда чисел и предельного отношения их имеет следующий вид: $x^3 - x^2 = 1$. Решение этого уравнения и дает значение x, равное 1,46557... Примечательно, что величина x^3, равная 3,147897... очень близка к значению числа π, отличаясь от него всего на 0,006.

Нетрудно убедиться, что в случае, когда кролики будут начинать размножаться через месяц после своего рождения, при подсчете числа кроликов получим ряд чисел: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 и т. д., описываемый формулой 2^n, где $n=0, 1, 2, 3$ и т. д.

Рассмотренные три ряда чисел отражают три различных по интенсивности механизма размножения организмов. «Размножение», или «рост» «по Фибоначчи», широко распространено в природе и будет описано ниже. Деление простейших одноклеточных организмов подчиняется степенному ряду 2^n. Остается открытым вопрос о ряде, описываемом уравнением $x^3 - x^2 - 1 = 0$, где $x = 1,46557...$ Реализуется ли в природе этот механизм размножения и роста организмов? Это покажут дальнейшие исследования.

ВЕЛИКОЛЕПНЫЙ ПАРФЕНОН

Священный холм и храм
Божественной Афины,
Великолепный Парфенон,
Похоронив забытые руины,
К богам Олимпа устремлен.

Замечательные произведения архитектуры не стареют. Понятие «старое» не ассоциируется здесь с понятием «несовершенное», «плохое». Древние сооружения с их гармоническими пропорциями дарят современным людям такое же эстетическое удовлетворение, как и их далеким предкам. Каноны прекрасного в архитектуре во многом остались неизменными, время не смогло убить их красоту.

Зодчие древности воздвигли замечательные сооружения — от храмов Египта и Греции до костелов Европы и русских церквей, а перед учеными встал неизменный вопрос: в чем эстетический секрет этих творений, какие каноны гармонии использовали древние мастера?

Великолепные памятники архитектуры оставили нам зодчие Древней Греции. И среди них первое место по праву принадлежит Парфенону.

В 480 году до н. э. армия персов во главе с царем Ксерксом вторглась в Грецию. Полчища варваров двинулись с севера и остановились у Фермопильского ущелья. Их путь преградили 300 спартанских воинов, прикрывавших отход основных войск. В результате предательства все они пали вместе со своим предводителем — царем Леонидом. Персидская армия захватила и разгромила Афины.

Но эллины с честью выдержали тяжелое испытание. В битве при Саламине был разгромлен персидский флот, а в сражении при Платеях разбита армия персов. Победа греков над персами означала торжество принципов демократии и свободы; она привела к новому плодотворному импульсу в греческом искусстве, к эпохе искусства высокой классики. В произведениях этого времени преобладают чувства величия и радости. Формы художественных произведений отличаются высокой гармоничностью, пластикой, гуманизмом. Воплощением этих качеств является храм Афины Парфенон — великолепное сооружение афинского Акрополя.

Восстановление Акрополя, разрушенного персами, началось при Фемистокле — выборном военном руково-

дителе. Как пишет греческий историк Фукидин: «Фемистокл советовал, чтобы поголовно все афиняне, находившиеся в городе, занялись сооружением стен, не щадя при этом ни частных, ни общественных построек». Особенно интенсивно работы по строительству Акрополя велись при Перикле. Ко времени его правления греческие города-государства объединяются в Афинский морской союз, казна союза переносится в Афины и часть ежегодных взносов союзников откладывалась богине Афине. Эти средства и были использованы для восстановления Акрополя и создания новых храмов на священном холме.

На протяжении 15 лет правления Перикла в Афинах сооружали необыкновенные по красоте храмы, алтари, скульптуры. Руководителем всех работ был назначен скульптор Фидий. Перикл вовлек в строительство большое число граждан, чем «обеспечил их достатком и отвратил от бездействия и праздности». Со всех сторон в Афины доставляли белый мрамор, медь, слоновую кость, золото, черное дерево, кипарис, кедр. Повсюду работали ремесленники: мастера глиняных изделий, плотники, медники, каменотесы, живописцы, эмалировщики, граверы. Как писал Плутарх: «Между тем росли здания, грандиозные по величине, неподражаемые по красоте. Все мастера старались друг перед другом отличиться изяществом работы; особенно же удивительна была быстрота исполнения».

Враги Перикла обвинили его в расточительстве, в бесполезной трате государственных доходов. Тогда, по свидетельству Плутарха, Перикл в собрании предложил народу вопрос, находит ли он, что издержано много. Ответ был, что очень много. «В таком случае, — сказал Перикл, — пусть эти издержки будут не на ваш счет, а на мой, на зданиях я напишу свое имя». «После этих слов Перикла народ, восхищенный ли величием его духа или не желая уступать ему славу таких построек, закричал, чтобы он все издержки относил на общественный счет и тратил, ничего не жалея».

Всю вторую половину V в. до н. э. на Акрополе шло строительство храмов, пропилей (преддверий), алтаря и статуи Афины Воительницы. В 447 году начались работы над храмом Афины—Парфеноном и продолжались до 434 года до н. э. Для создания гармонической композиции на холме его строители даже увеличили холм в южной части, соорудив для этого мощную насыпь.

Как указывает Г. И. Соколов, протяженность холма перед Парфеноном, длины храма Афины и участка Акрополя за Парфеноном соотносятся как отрезки золотой пропорции. При взгляде на Парфенон от места расположения пропилей отношения массива скалы и храма также соответствуют золотой пропорции. Таким образом, золотая пропорция была использована уже при создании композиции храмов на священном холме.

Размеры Парфенона хорошо изучены, но приводимые замеры не всегда однозначны. Следует учесть, о чем сказано ниже, что геометрия архитектуры храма очень непростая — в ней почти отсутствуют прямые линии, по-

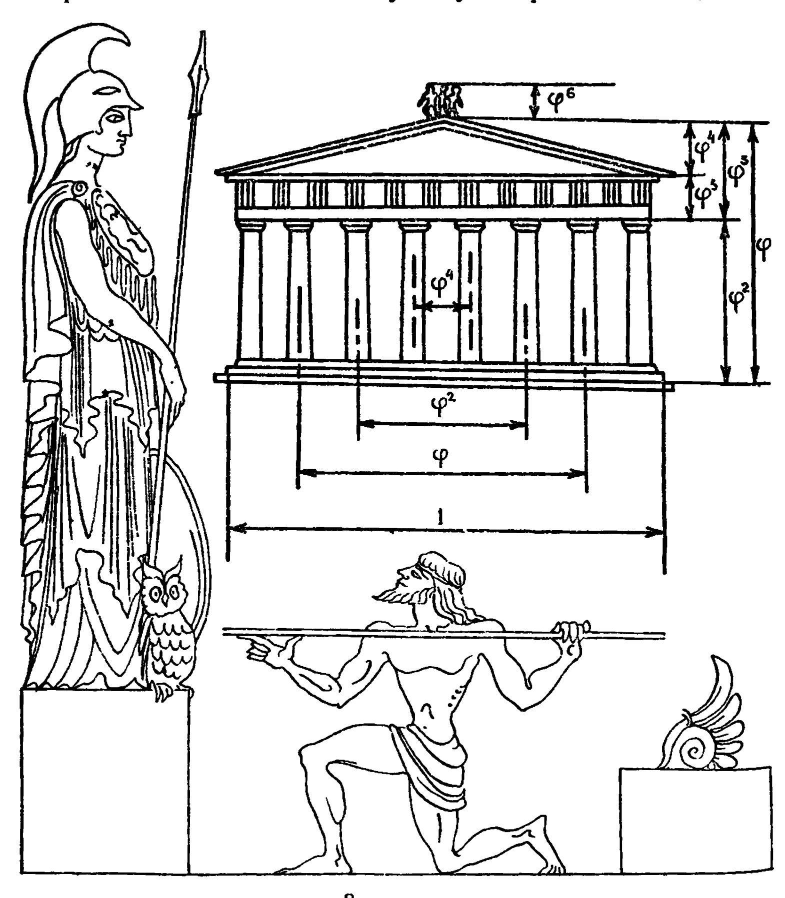


Рис. 12

этому определение размеров затруднено. Известно, что фасад Парфенона вписан в прямоугольник со сторонами 1 : 2, а план образует прямоугольник со сторонами 1 и $\sqrt{5}$. Известно, что диагональ прямоугольника 1 : 2 имеет размер $\sqrt{5}$, следовательно, прямоугольник фасада и является исходным в построении геометрии Парфенона.

Ширина Парфенона оценена в 100 греческих футов (3089,0 см), а размер высоты несколько варьирует у различных авторов. Так, по данным Н. И. Бруно, высота Парфенона 61,8, высота трех ступеней основания и колонны 38,2, высота перекрытия и фронтона 23,6 фу-

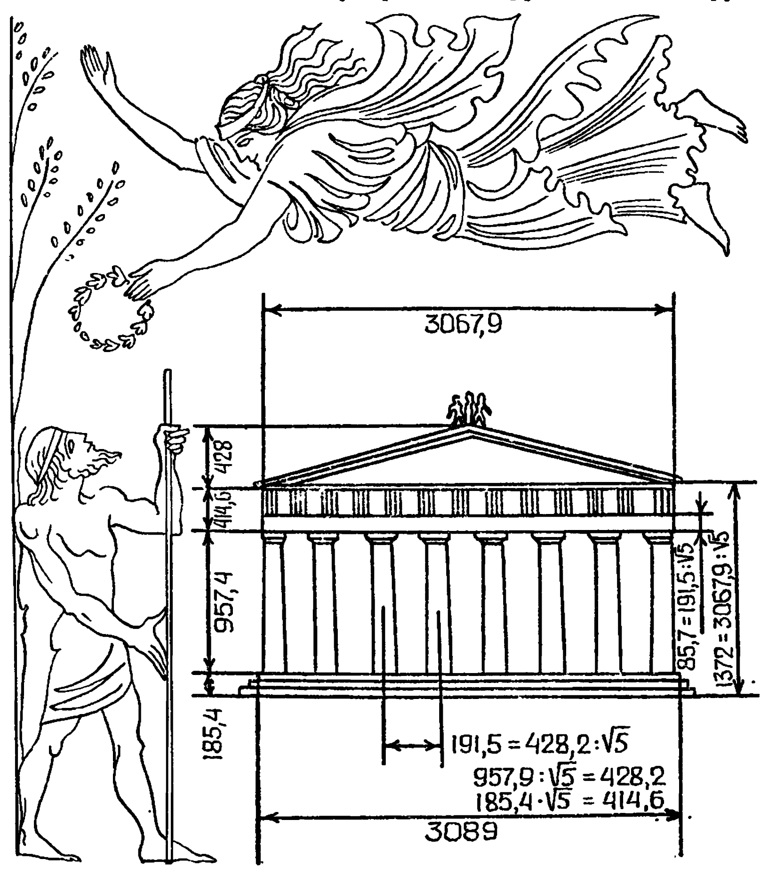


Рис. 13

тов. Указанные размеры образуют ряд золотой пропорции: 100 : 61,8 = 61,8 : 38,2 = 38,2 : 23,6 = Ф.

Многие исследователи, стремившиеся раскрыть секрет гармонии Парфенона, искали и находили в соотношениях его частей золотую пропорцию. В работе В. Смоляка, посвященной изучению пропорций Парфенона, установлен закономерный ряд золотых пропорций. Приняв за единицу ширину торцового фасада храма, Б. Смоляк получил прогрессию, состоящую из 8 членов ряда: $1 : \varphi : \varphi^2 : \varphi^3 : \varphi^4 : \varphi^5 : \varphi^6 : \varphi^7$, где $\varphi = 0{,}618$. Указанным членам ряда отвечают основные пропорции фасада Парфенона, приведенные Н. И. Бруно (рис. 12).

Приведенная Б. Смоляком схема пропорций Парфенона подкупает своей простотой, цельностью, связью с золотой пропорцией. Но не менее интересен и подход И. Шевелева, который увидел реализацию в Парфеноне двух эталонов длины 1 и $\sqrt{5}$, то есть тех же, что и палки египетского зодчего Хесиры. Пропорции 1 и $\sqrt{5}$ отвечают прямоугольнику со сторонами 1 : 2 и являются основным соотношением частей Парфенона.

По представлениям И. Шевелева, длина основания храма 100 футов определяла начальный горизонтальный размер, а высота основания, равная 6 футам = 185,4 см = росту человека,— его начальный вертикальный размер. Все остальные размеры храма могут быть получены из размера основания с помощью одной пропорции $1 : \sqrt{5}$ (рис. 13). Как указывает И. Шевелев, отношение $1 : \sqrt{5}$ соединяет друг с другом не случайные части Парфенона, а композиционно и конструктивно связанные части.

Следует отметить, что в пропорциях храма, указанных И. Шевелевым, также содержится золотая пропорция, например, в соотношении высоты фасада со ступенями (1557,4 см) и высоты колонн (957,4 см): 1557,4/957,4 = 1,627 или 50 фт/31 фт = 1,613. Не следует забывать, что величина $\sqrt{5}$ лежит в основе золотой пропорции, является его сердцевиной, следовательно, связь пропорции Ф и $\sqrt{5}$ вполне естественная.

По мнению И. Шевелева, гармония Парфенона достигается тем, что общая форма и закономерности взаимосвязи частей выражаются одним отношением $1 : \sqrt{5}$. По его мнению, эта пропорция встречается в сооружении неоднократно и является основным связующим звеном архитектурной композиции Парфенона. Этим соотноше-

нием связаны высота, шаг и диаметр колонн: из высоты определен шаг, из шага диаметр колонны.

Однако на этом не оканчиваются геометрические откровения Парфенона. Академик И. В. Жолтовский, анализируя геометрию храма, вывел определенные отношения, получившие название «функции Жолтовского». Так, по его расчетам, отношение диаметра колонн Парфенона к расстоянию между ними равно отношению двух таких функций: 0,528 : 0,472. Чем же замечательны эти «функции Жолтовского»? Оказывается, они образуются при последовательном делении отрезка в соответствии с золотым сечением — следовательно, являются производными золотой пропорции.

Интересно, что при дальнейшем делении отрезка в той же последовательности получают и третью производную золотой пропорции, равную отношению 0,507 : 0,493. Эта пропорция лишь незначительно отличается от соотношения сторон в квадрате (она равна 1 : 1,028) и образует так называемый «живой квадрат». Такой слегка искаженный квадрат, по мнению художников и архитекторов, обладает значительно большей эстетической ценностью в сравнении с совершенным квадратом с равными сторонами. «Живой квадрат» установлен при изучении некоторых сооружений Древней Греции. Едва ли выбор такого соотношения является случайностью или ошибкой измерений. Более вероятно, что зодчие древних времен владели теми же эстетическими категориями, что и наши современники.

В дальнейшем повествовании мы еще вернемся к «живому квадрату». А сейчас уместно отметить, что отношение 0,528 : 0,472 отвечает отношению стороны прямоугольника «два квадрата» к его диагонали, то есть $2:\sqrt{5}$, оно же имеется и в прямоугольном треугольнике с отношением катетов 1 : 2. Поэтому неудивительно, что «функция Жолтовского» найдена в соотношениях частей Парфенона.

Очевидно, мы уже никогда не узнаем, какими эстетическими принципами, какой основной руководящей идеей пользовались зодчие Древней Греции при создании Парфенона. Все описанные выше пропорции — лишь отдельные фрагменты общего плана построения. Но присутствие в композиции Парфенона золотой пропорции в ее явной или скрытой форме сомнению не подлежит.

Но не только присутствие золотой пропорции в геометрии Парфенона делает это сооружение столь прек-

расным и непревзойденным. Тщательные измерения Парфенона показали, что в нем нет прямых линий, а поверхности не плоские, а слегка изогнутые. Создатели Парфенона намеренно стремились избегать простых геометрических форм с их убогой прямолинейностью, свойственных многим архитектурным сооружениям. Они стремились приблизить формы храма к природе, где отсутствуют прямые линии, приблизить его красоту к красоте человеческого тела.

Виолле ле Дюк в «Беседах об архитектуре» писал: «При мне иногда спрашивали: в чем красота Парфенона? Это равносильно вопросу: в чем красота молодого, хорошо сложенного, обнаженного человеческого тела?..»

Зодчие Греции знали, что строго горизонтальная линия и плоская поверхность наблюдателю издалека представляются прогнувшимися в середине. Чтобы компенсировать этот «оптический обман», они намеренно деформировали геометрические формы. Так, например, поверхность ступеней Парфенона постепенно, незаметно для глаза, повышается от краев к середине. Колонны Парфенона не строго вертикальны, а слегка наклонены внутрь здания, так что оси угловых колонн должны пересекаться на большой высоте. Колонны Парфенона не все одинаковой величины, несколько различаются и расстояния между ними. Угловые колонны сделаны более толстыми, чем остальные, но на светлом фоне они кажутся несколько тоньше. Колонны второго внутреннего ряда портика Парфенона меньше, чем колонны внешнего, вследствие чего они кажутся стоящими глубже.

Все эти отклонения от правильных геометрических форм и соотношений незаметны и представляются незначительными. Но именно они придают сооружению цельность, пластичность, предельную гармоничность и ни с чем не сравнимую красу. Колонны храма изготовлены из белого мрамора, отличавшегося теплотой, насыщенностью солнцем. Они разделены вертикальными желобками, которые подчеркивают вертикальность, стройность колонн, а желобки увеличивают светоносность мрамора, «вводят пространство в объем колонн». Некоторые части Парфенона были окрашены, подчеркивая красоту храма и выразительность его деталей.

Сохранилось предание о том, как старый осел каждый день возил на афинский акрополь камни для строительства Парфенона. Когда он окончательно одряхлел,

его освободили от обязанностей. Но каждое утро осел шел со всеми к Парфенону. И греки сказали: «Смотрите, даже осел понял значение того, что мы творим». И дали ему «пенсию», обязавшись кормить на общественный счет до самой смерти.

В книге «Страницы каменной летописи» (1967) Л. Волынский приводит интересные данные о работе советского архитектора, который рассчитал по правилам современной науки те напряжения, что испытывают колонны Парфенона, и пришел к удивительным результатам. Оказалось, что колонна Парфенона идеально равнопрочна. В каждом ее сечении напряжения обеспечивают одинаковый запас прочности. Наверху колонна тоньше, книзу расширяется ровно настолько, чтобы компенсировать увеличение нагрузки за счет веса колонны. Причем это утолщение происходит неравномерно — к середине высоты образуется как бы некоторая «припухлость», плавное утолщение. В результате этого при взгляде на колонны кажется, что они словно пружинят под нагрузкой: зритель наглядно чувствует то напряженное состояние, в котором находится колонна, «работающая на сжатие». Современная наука выяснила, что если рассчитать напряжение в колонне с учетом коэффициента устойчивости, то запас прочности в ее средней, утолщенной зоне оказывается в точности равным запасу прочности в крайних (верхнем и нижнем) сечениях колонны Парфенона.

Нет сомнения в том, что зодчие античности сознательно пользовались в архитектурных сооружениях идеей золотой пропорции, вытекающей из треугольника со сторонами $1:2:\sqrt{5}$ или «двух квадратов». Возможно, что они не располагали еще научным объяснением особых свойств золотой пропорции, а применяли ее интуитивно, на основании присущего истинным художникам чувства гармонии и красоты. Как пишет польский философ и искусствовед В. Татаркевич, «греки умели лучше строить, чем объяснять, почему они хорошо строят; они выработали свое мастерство в процессе практики, эмпирически и интуитивно, а не на основании научных предпосылок». Но тот факт, что они сознательно использовали пропорции треугольника со сторонами $1:2;\sqrt{5}$ и, в частности, золотой пропорции, не подлежит сомнению.

Об этом свидетельствуют пропорциональные циркули

античности. Некоторые из них сохранились до наших дней, например, помпейский циркуль (хранящийся в Неаполе). Его длина 146 мм разделена шарниром на отрезки 56 и 90 мм. Этот циркуль установлен на золотую пропорцию $(56:90=\sqrt{5}-1):2$. Три других циркуля найдены в Риме. Циркуль длиной 219 мм разделен шарниром на отрезки 146 и 73 мм, а циркуль длиной 201 мм — на отрезки 134 и 67 мм, то есть оба дают удвоение. Циркуль Музея терм в Риме разделен на отрезки 94 и 52 мм, то есть установлен на отношение $\sqrt{5}:(\sqrt{5-1})$, как показал И. Ш. Шевелев.

Удивительное явление! Все разнообразия пропорций древних архитектурных сооружений, их геометрическая гармония являются, в конечном итоге, производными соотношений прямоугольника со сторонами 1:2 — простейшей геометрической фигуры. Не напрасно, наверное, издавна бытует выражение «все гениальное — просто». На примере архитектурных сооружений видно, как простая идея геометрической фигуры породила удивительное разнообразие гармонических пропорций и в итоге — шедевры зодчества.

Из простого рождается сложное, если оно органически связано, соразмерно и гармонично. Не это ли и придает законченность, целостность архитектурным шедеврам, органическое единство простого — целого и сложного — производного от простых геометрических фигур. В конечном итоге и задача исследователей архитектурных (и других произведений искусства) сводится к поискам простой основы, простых принципов создания соразмерных, гармонических композиций.

В некоторых сооружениях древнего мира золотая пропорция выражена не в пропорциях формы зданий, а в деталях внутренней композиции, даже в числе мест для зрителей. Интересные данные приводит Э. М. Сороко. Построенный Поликтетом-младшим театр в Эпидавре (в 40-ю Олимпиаду) был рассчитан на 15 тысяч человек. Места для зрителей (театроп) имели два яруса: первый 34 ряда мест, а второй — 21 ряд (числа Фибоначчи). Раствор угла, охватывающего пространство между театропом и скемой (пристройка для переодевания актеров и хранения реквизита), делит окружность основания амфитеатра в отношении 137,5°:222,5°, что равно 1:1,618... Это соотношение углов реализовано практически во всех античных театрах. Театр Диониса

в Афинах трехъярусный. Первый ярус имеет 13 секторов, второй — 21 сектор.

Возникает вопрос: знали ли зодчие Древней Греции за 13 веков до итальянского математика Фибоначчи ряд чисел 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...? Или приведенные примеры всего лишь случайное совпадение? Возможно, ни то и ни другое. Древние скульпторы и зодчие знали и использовали золотую пропорцию как критерий гармонии, канон красоты, корни которой лежат в пропорциях человеческого тела. Не удивительно, что эту пропорцию они стремились воплотить и в архитектурных сооружениях через... соотношения целых чисел. Но при этом они неминуемо должны были прийти к соотношениям чисел 8:5, 13:8, 21:13, 34:21, которые с различной степенью точности отвечают золотой пропорции.

ЗАСТЫВШАЯ МУЗЫКА РУССКИХ ХРАМОВ

А если это так, то что есть красота
И почему ее обожествляют люди,
Сосуд она, в котором пустота,
Или огонь, мерцающий в сосуде.

Н. Заболоцкий

Шедеврами архитектуры являются многие русские храмы, которые строились на протяжении нескольких столетий. В плане стены храмов или опорные колонны обычно вписываются в квадрат или прямоугольник со сторонами 1:2. В квадрат вписываются и многие фасады древних храмов (например, Георгиевский собор в Юрьеве-Польском, 1230—1234 гг.). Однако встречаются и другие соотношения габаритов храмов в плане и в фасаде. Членение же целого на части подчинено еще малоизученным законам гармонии, секретам архитектуры, которыми владели русские зодчие и которые еще предстоит открыть. Попытки такого рода предпринимаются уже давно. Давно уже пытаются раскрыть тайны гармонии русских храмов, их непреходящей красоты.

Одиноко стоит в пойме реки Нерли над зеркалом спокойных вод изящный и легкий белокаменный храм, словно любуется своим изображением в воде. Эта небольшая, скромная по архитектурной композиции церковь Покрова на Нерли (1165 г.) считается наиболее совершенным творением владимирских зодчих.

Строительство храма на устье Нерли у «ворот» Вла-

димирской земли преследовало несколько целей. Храм служил как бы символом, «архитектурным прологом» к архитектурным ансамблям города Владимира. Это был также памятник победоносному походу на болгар и одновременно умершему от ран юному сыну князя Андрея — Изяславу. Храм был посвящен празднику Покрова Богородицы, прославлению ее чудесной силы. Как указывает Н. Воронин, храм Покрова на Нерли «с достоинством встречал иноземцев у ворот Владимирской земли, говоря языком камня о ее силе и красоте. Архитектурная мысль владимирских зодчих проявила здесь свою широту и углубленную философскую мудрость».

Для храма Покрова характерно спокойное равновесие, основанное на симметрии и в то же время — удивительная легкость, устремленность ввысь. Создается впечатление невесомости храма, парящего над поймой реки.

В основе композиции храма лежит крестовокупольная схема. Вертикальное членение храма преобладает над горизонтальной. Узкие окна подчеркивают устремленность храма ввысь. Строение завершено стройной, слегка приподнятой на прямоугольном постаменте главой со шлемовидным покрытием. Не образ ли широкоплечего воина в шлеме хотел воплотить зодчий в облике храма?

Знакомство с храмом Покрова создает образ гармонии, архитектурной красоты. И невольно возникает вопрос: какими «секретами» владели русские зодчие, творившие восемь веков назад? Уловили ли они гармонические пропорции архитектурной композиции интуитивно или действовали по строго определенному «научно обоснованному» плану?

Изучая архитектуру церкви Покрова на Нерли, И. Ш. Шевелев пришел к выводу, что в нем с «удивительной чистотой» проявляется пропорция $2:\sqrt{5}$, равная 0,894, которая представляет собой отношение большей стороны к диагонали в прямоугольнике с отношением сторон 1 : 2 (прямоугольник «два квадрата»). Это простое соотношение и явилось основой дальнейших построений.

По данным И. Шевелева, основной размер в плане храма определяется прямоугольником со сторонами, равными 1 и $2:\sqrt{5} = 0{,}894$. Центр плана делит сторону

основания на два отрезка с размерами 0,528 и 0,472, а их отношение равно $2:\sqrt{5}$. Подкупольные столбы храма вписаны в окружность радиусом 0,326, а подкупольный прямоугольник имеет большую сторону, равную 0,292; их соотношение близко к $2:\sqrt{5}$. Подобные соотношения отмечаются и в других соотношениях частей храма, что дало основание И. Шевелеву для вывода о господстве пропорции $2:\sqrt{5}$ в архитектурной схеме, которые образуют ряд 0,528; 0,472; 0,326 и 0,292. Интересно, что эти числа ряда связаны также и золотой пропорцией, например, 0,528 : 0,326, 0,472 : 0,292.

Таким образом, основные элементы архитектуры церкви Покрова на Нерли взаимосвязаны пропорциями и определяют геометрическую гармонию и красоту этого сооружения. В основе взаимосвязанных пропорций положен прямоугольник со сторонами 1 : 2 и диагональю $\sqrt{5}$ и его производная — золотая пропорция. Наличие этих пропорций и определило красоту храма, который считается одним из величайших шедевров русского зодчества. «Поразительная красота и гармоничность архитектуры храма Покрова Богородицы на Нерли, — пишет теоретик архитектуры К. Н. Афанасьев, — оформляется цепью взаимосвязанных отношений «золотого сечения». Мы знакомимся не просто с теми или иными отношениями и даже не с пропорциями, а со своего рода цепью гармонических закономерностей или «мелодией» взаимосвязанных архитектурных форм.

Золотая пропорция обнаружена и в архитектуре церкви Вознесения в Коломенском (1532 г.). В основу пропорций этого храма положен прямоугольник со сторонами 1 и $\sqrt{5}-1$, который состоит из двух прямоугольников золотого сечения. Все элементы церкви, по данным И. Ш. Шевелева, от плана до любого членения фасада подчинены двум отношениям: повторению размеров (1 : 1) и отношению $1:(\sqrt{5}-1) = 0{,}809 = 0{,}447:$ $:0{,}553$.

Трудно найти человека, который бы не знал и не видел собора Василия Блаженного на Красной площади Москвы. Храм этот особенный; он отличается удивительным разнообразием форм и деталей, красочных покрытий; ему нет равных в нашей стране.

2 октября 1552 года пала Казань, навсегда избавив Россию от угрозы татарского нашествия. Царь Иван Грозный, «осветя град во имя святыя и живоначальные

Троица», тем самым превратил Казань из мусульманского города в христианский. Для прославления «казанского взятия», вошедшего в историю Руси наравне с Куликовской битвой, было решено заложить на Красной площади Москвы собор Покрова, «что на рву», позже этот храм был прозван в народе «Василием Блаженным» из-за погребения в конце XVI века у его стен юродивого, носившего это прозвище.

Вначале был выстроен каменный собор «Покровский», который затем по повелению царя был обстроен семью деревянными церквами — приделами. Затем царю «даровал бог двух мастеров русских, по прозвищу Посника и Барму...», которым царь «повелел сооружать церкви каменные заветные восемь престолов...». Взявшись за строительство, Барма и Постник задумали улучшить общую композицию сооружения, придать ему более строгий геометрический план, для чего возвести вокруг собора еще восемь приделов.

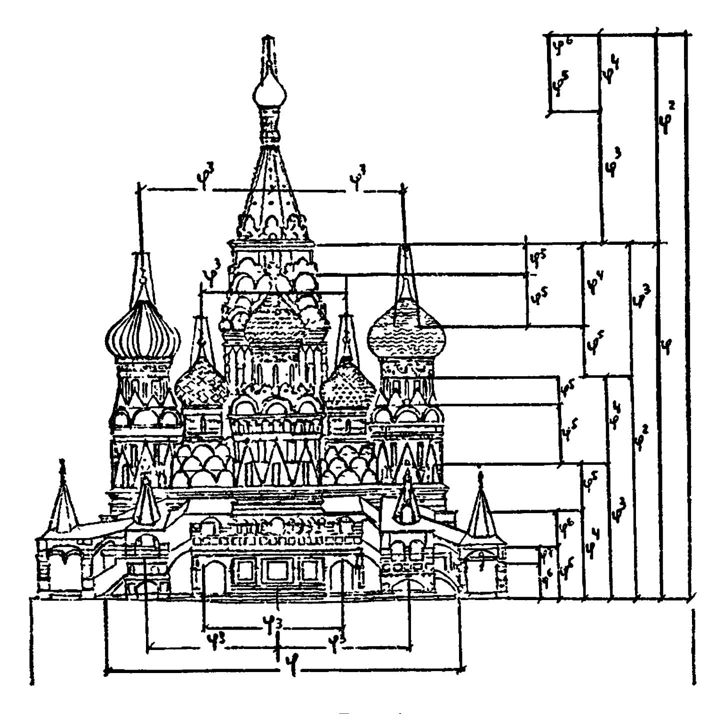


Рис. 14

И. С. Николаев, анализируя постройки, пришел к выводу, что собор Покрова является «плодом коллективного творчества, художественного соревнования разных артелей мастеров, объединенных стремлением достичь общего яркого и единого декоративного эффекта». Трудно представить себе только одного зодчего, нарисовавшего или вылепившего тысячи совершенно различных деталей. Очевидно, при сооружении Покровского собора вместе с каменщиками работали и художники. «Храм отличается удивительно гармоничной композицией в целом, несмотря на фантастическое разнообразие декоративных деталей и их контраст», — пишет И. С. Николаев.

Для композиции построек собора характерно гармоническое сочетание симметричных и асимметричных пропорций. Храм, симметричный в своей основе, содержит много геометрических «неправильностей». Так, центральный объем шатра смещен на 3 м к западу от геометрического центра всей композиции. Однако эта неточность делает композицию более живописной, «живой» и она выигрывает в целом.

Высказываются разные мнения о назначении храма Василия Блаженного, о природе его необычной, красочно-нарядной композиции. По мнению М. А. Ильина, «храм о девяти приделах», поставленных на одном основании, символизировал собой горний Иерусалим — небесный Сион — рай, где должны были найти вечный покой души тех, кто отдал свою жизнь за «други своя», за общенародное дело разгрома татар.

Архитектурное убранство всего собора продиктовано определенной логикой и последовательностью развития форм. Как указывает М. А. Ильин, «нарастание декоративных форм ввысь вторит всему замыслу здания. Формы вырастают одна из другой, тянутся вверх, подымаясь то крупными элементами, то образуя группы, состоящие из более мелких декоративных частей, весь смысл которых — взбираться все выше и выше к венчающему шатру, по граням которого уже вьются, бегут к главке золоченые спирали».

В соответствии с этой композиционной идеей построены и пропорции собора. Исследуя его, Б. Смоляк пришел к выводу о преобладании в нем ряда золотого сечения. Если принять высоту собора за единицу, то основные пропорции, определяющие членение целого на части, образуют ряд золотого сечения: $1 : \varphi : \varphi^2 : \varphi^3 :$

: φ_4 : φ_5 : φ_6 : φ_7, где φ равно 0,618. В этом членении и заключена основная архитектурная идея создания собора, единая для всех восьми куполов, объединяющая их в одну соразмерную композицию.

Едва ли правомерно утверждать, что зодчие собора Василия Блаженного знали о золотой пропорции и ее математическом выражении 1,618 или 0,618 и сознательно пользовались этой величиной в своих построениях. Но они могли интуитивно прийти к этой пропорции, пользуясь системой квадрата и прямоугольника «два квадрата», отношением их сторон и диагоналей, а также используя пропорциональные циркули.

При рассмотрении храма Василия Блаженного в Москве невольно возникает вопрос: случайно ли число куполов в нем равно восьми (вокруг центрального собора)? Существовали ли какие-либо каноны, определяющие число куполов в храмах? Очевидно, существовали. Простейшие православные соборы раннего периода были одноглавые, однако уже в X веке строили и многокупольные церкви. После реформы патриарха Никона в середине XVII века было запрещено строить одноглавые церкви как не соответствуюшие пятиглавому чину русской православной церкви. Многие выстроенные православные соборы были пятиглавыми. Восьмеричный стиль приспосабливается к пятиглавию, но основой остается восьмигранный шатер.

Помимо одно- и двухкупольных православных церквей, многие имели по пять и восемь куполов. Новгородский Софийский собор (X век) был тринадцатиглавым, а Преображенскую церковь в Кижах, вырубленную из дерева 2,5 столетия назад, венчает 21 глава! Случаен ли такой рост числа куполов (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21) или здесь проявляется ряд чисел Фибоначчи, отражается естественный закон роста — от простого к сложному? Трудно ответить однозначно на этот вопрос, но трудно и не обратить внимания на эту совокупность чисел.

Исследователь архитектуры древнего мира подобен палеонтологу, определяющему по остаткам костей облик жившего в давние времена животного, или археологу, который по скудным остаткам материальной культуры далеких предков пытается воссоздать картину их быта. Архитектурные сооружения древности, в особенности те, которые хорошо сохранились, несут нам значительно больше информации, чем археологические или палеонтологические находки. Но нам мало видеть рус-

ский храм, сохранившийся почти неизменным, таким же, каким видели его создатели. Нам интересно (и полезно!) познать творческие секреты древних мастеров, их эстетические архитектурные идеи, которые были положены в основу композиций. А это задача не простая. Здесь знаний геометрии мало, здесь и историю нужно знать, и психологию художников.

Давно уже нет в живых создателей замечательных русских храмов, являющихся сокровищницей отечественной культуры. Но остались (к сожалению, далеко не все!) творения их рук, и прежде всего выражение их духовных ценностей, воплощенных в камне. Чем они руководствовались при выборе пропорций, при членении целого на части?! Для ответа на этот вопрос нужна кропотливая работа исследователя, кропотливые замеры и сопоставления.

Анализ пропорций многих русских храмов показал наличие золотой пропорции в членении целого на части. Особенно преуспел в таких исследованиях И. Шевелев. В пропорциях Успенской церкви Елецкого монастыря он установил преобладание здесь золотой пропорции и отношений в квадрате и «двух квадратах», то есть $1 : 1$ и $2 : \sqrt{5}$. Ширина и высота храма, высота ярусов, купола, подкупольного пространства и многие другие размеры частей связаны между собой золотой пропорцией или ее половиной.

Присутствие двух основных пропорций в Елецкой церкви обусловлено замыслом ее создателя, его представлением о гармонии и красоте. Для осуществления этого замысла при строительстве церкви, по мнению И. Шевелева, применяли два эталона длины — маховую, или большую сажень (191,6 см) и малую сажень, равную парному шагу (154,9 см). Их отношение равно 0,809, или половине золотой пропорции. Очевидно, при создании архитектурных храмовых сооружений, в стремлении создать непревзойденные шедевры гармонии и красоты древнерусские мастера опирались не только на интуицию, но и на осознанную систему пропорций и в том числе на золотое сечение. Это и определило непреходящую эстетическую ценность созданных ими храмов.

Во времена монопольного господства религиозной идеологии строительство храмов представляло, по существу, едва ли не единственную реальную возможность

(кроме народных песен) художественного самовыражения талантливых представителей русского народа. В религиозных архитектурных творениях русских зодчих запечатлено стремление к гармонии, эстетические идеалы того времени. В них воплощалось все лучшее, что было достигнуто развитием зодчества. И следует только удивляться тому высокому уровню, которого достигли русские зодчие, в большинстве своем безымянные крепостные. «Все материальные силы, все интеллектуальные силы общества сошлись в одной точке — в зодчестве. Таким образом, искусство под предлогом возведения божьих храмов достигло великолепного развития», — писал Виктор Гюго.

Выражение «архитектура — это застывшая музыка» стало крылатым. Оно не является, безусловно, результатом строго научного анализа, это скорее всего итог образного, интуитивного ощущения некой связи гармонической архитектурной формы с музыкальной гармонией. Музыкальная мелодия основана на чередовании звуков различной высоты и продолжительности, в ее основе — **временна́я** упорядоченность звуков. В основе архитектурной композиции — **пространственная** упорядоченность форм. Казалось бы, между ними ничего общего. Но чтобы оценить размеры пространственной конструкции геометрической фигуры, мы должны проследить взглядом от начала до конца эту фигуру, и чем больше, например, длина ее, тем длительнее будет восприятие. Очевидно, здесь и заключена органическая связь пространственного и временного восприятия объектов человеком.

Наглядным примером такого анализа могут служить известные опыты психологов с прямоугольниками различных отношений сторон. Опыты показали, что при осмотре таких прямоугольных листов картона большинство испытуемых предпочитали те фигуры, в которых отношения сторон были равны золотой пропорции. Почему при зрительном восприятии этой пропорции она оказалась предпочтительной? Не потому ли, что при таком соотношении сторон **длительность** оценки их длин равнялась золотой пропорции? Ведь соотношение длительностей восприятия различных частей предмета или его габаритов рождает ритм восприятия, который может соответствовать, а может и не соответствовать ритмам, господствующим в организме человека, в част-

ности, в его нервной системе. К этому вопросу мы еще вернемся при дальнейшем рассмотрении.

Но обратимся к архитектуре. Нет ли здесь в соотношениях частей сооружения некоторого сходства с закономерностями построения музыкальных произведений? Серьезных исследований в этом направлении пока еще нет, отсутствует прежде всего методологическая основа, неясно еще, что следует искать. Но попытки такого рода уже имеются.

Ю. А. Артемьев при анализе некоторых архитектурных сооружений определял степень совершенства формы путем сравнения высоты основных архитектурных частей зданий с пропорциями чисел музыкальной октавы ($^1/_2$; $^3/_5$; $^2/_3$; $^3/_4$; $^4/_5$; $^8/_9$; $^{16}/_{17}$; 1). При этом высота здания от основания до купола принималась равной $^1/_2$. Расчетные пропорции частей зданий сравнивались с пропорциями музыкального ряда, определялась сходимость (расчетных и фактических размеров), и по ее величине, выраженной в процентах, автор судил о степени совершенства формы.

Для дома Пашкова (Москва, В. И. Баженов) сходимость указанных величин составила, по расчетам Ю. А. Артемьева, 94,2%. Замеры других сооружений (храм Покрова во рву в Москве, дворец Разумовского в Батурине, Михайловский дворец в Ленинграде, храм Вознесения в Москве, Успенский собор в Кремле, церковь Троицы в Подмосковье) показали сходимость 93,3—85,0%. Конечно, сходимость производственных замеров с «музыкальной моделью» Ю. И. Артемьева не очень велика, а 85% и вовсе низка. Выделение в архитектурном сооружении частей также несколько условно, и полученные результаты скорее можно отнести к смелой гипотезе, чем к установленному факту. Характерно, что приведенному анализу был подвергнут и храм Покрова во рву, в пропорциях которого другие исследователи находят совершенно другие закономерности, в частности золотую пропорцию («кто что хочет, то и находит»). Подобное положение сложилось и с изучением Парфенона.

Пока не ясно, в чем причина этих «многоликих» толкований гармонии сооружений древних архитекторов, наличие столь различных, часто противоположных моделей. Или прав был И. В. Гёте, утверждавший, что между противоположностями лежит не истина, а проблема. Может быть, архитекторы шедевров зодчества

интуитивно познали принципы композиций, которые близки к нескольким канонам (критериям) гармонии, но ни одному из них не отвечают полностью.

Связь гармонии архитектурных сооружений с музыкальной гармонией еще предстоит открыть. И совсем не обязательно искать связь пропорций формы с пропорциями звукоряда, ведь мелодии состоят не из звукоряда, а из бесконечного сочетания разнообразных звуков.

Создание религиозных храмов и других произведений архитектуры требовало от зодчих и строителей хорошего знания геометрии, принципов и правил создания гармонических пропорций, обладания прекрасным художественным вкусом и, кроме всего прочего, требовало наличия продуманной системы мер, эталонов длины. Этому и посвящен следующий раздел книги.

ЗАГАДКА РУССКИХ САЖЕНЕЙ

> Искусство — завуалированная алгебра, отнимающая жизнь у тех, кто стремится приподнять ее покрывало.
>
> Бурдель

Долгое время считали, что зодчие Древней Руси строили все «на глазок», без особых математических расчетов. Однако новейшие исследования показали, что русские архитекторы хорошо знали математические пропорции, о чем свидетельствует анализ геометрии древних храмов. Для соблюдения этих пропорций, создания соразмерных, гармоничных композиций необходимы определенные меры длины.

Основной строительной единицей длины Древней Руси была сажень. Слово «сажень» происходит от слова «досягать» и определяется досяганием рук человека. Казалось бы, должен существовать один эталон длины, одна сажень и ее производные, части сажени: локти, вершки, пяди и т. д. Однако известно, что на Руси было несколько саженей, значительно отличающихся по размерам. Расстояние от земли до конца пальцев вытянутой вверх руки человека среднего роста определяло размер «большой сажени», равный 216 см. Расстояние между концами пальцев простертых в стороны рук определяло размер мерной, или маховой, сажени, равной око-

ло 176 см. Расстояние от конца пальцев простертой руки до земли, равное двум шагам, или 5/6 роста человека, называли прямой саженью. Указанные сажени определялись пропорциями тела человека. Но число саженей было больше.

Б. А. Рыбаков с 1949 года изучал метрику русской архитектуры средних веков, пытался обосновать математически существовавшие в те времена системы мер, используемые при создании архитектурных сооружений. По его мнению, в Древней Руси в период с XI по XVII в. существовало семь видов саженей, применявшихся одновременно:

Простая, или прямая	152,76 см;
Мерная, или маховая	176,4 см;
Морская	183 см;
Трубная	187 см;
Сажень без четы	197,2 см;
Косая, казенная	216 см;
Великая, косая	249,46 см.

Во многих случаях измерение одного и того же храма производилось одновременно разными видами саженей. Очевидно, это не было случайностью, а продиктовано какой-то идеей зодчего. Оказалось, что длины саженей взаимосвязаны определенными геометрическими соотношениями. Так прямая сажень относится к «косой» сажени как сторона квадрата к его диагонали ($216 = 152{,}7 \cdot \sqrt{2}$) (откуда и название — косая). Такое же соотношение существует между мерной и великой саженями: $176{,}4 \cdot \sqrt{2} = 249{,}4$. Сажень без четы оказалась искусственно созданной мерой, которая является диагональю половины квадрата, сторона которого равна мерной сажени.

Таким образом, наличие в Древней Руси нескольких различных мер длины не является игрой случайности, итогом принципа: «у каждого зодчего своя сажень», а строго продуманным, математически обоснованным принципом создания системы мер длины. Оказалось, что одновременное употребление разных мер длины при постройке даже одного здания было характерно не только для русских архитекторов, оно применялось и народами других стран. Так, В. Л. Ворониной установлен тот же принцип геометрической соподчиненности различных мер длины на примере архитектуры Средней Азии.

Графическим выражением двух систем мер длины

Древней Руси (одной, основанной на простой сажени, и другой, основанной на мерной сажени) являются, по мнению Б. А. Рыбакова, хорошо известные «вавилоны», которые представляют собой систему вписанных квадратов и прямоугольников. Наименование «вавилоны» взято из русских источников XVII века и является отражением схематического изображения в плане знаменитого храма-зиккурата — Вавилонской башни.

Для построения мерного «вавилона» Б. А. Рыбаков в качестве основы берет мерную сажень, равную 176,4 см (по разным источникам ее величина колеблется между 176,0 и 176,8 см). На основе этой сажени стро-

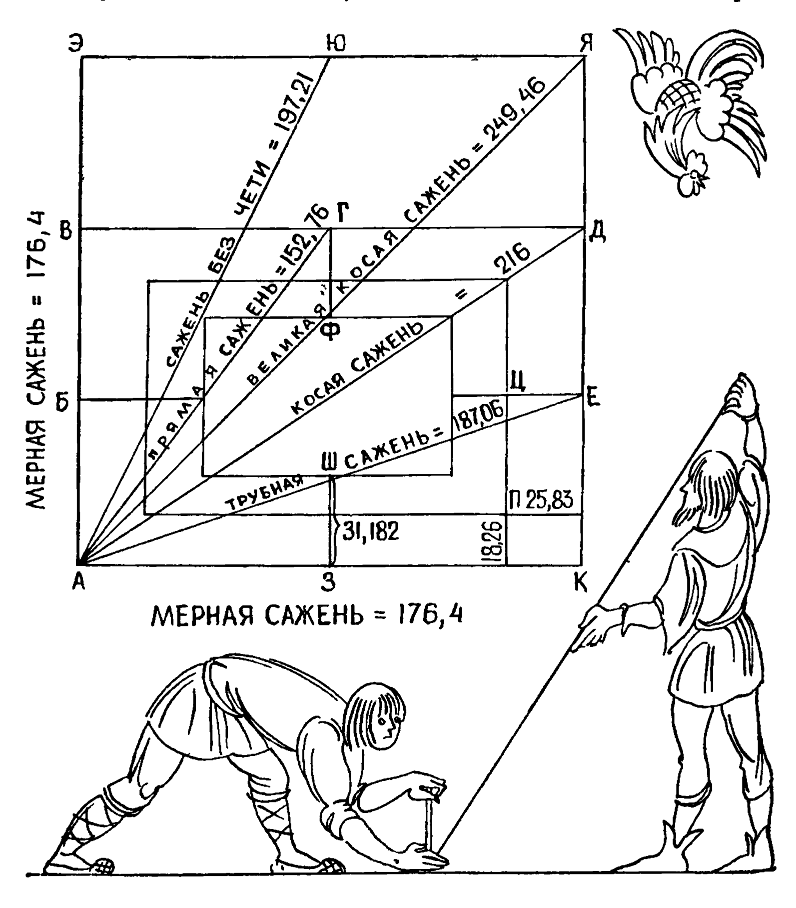


Рис. 15

ится квадрат, а затем и прямоугольный «вавилон», длинная сторона которого равна мерной сажени, а короткая — 2/3 от нее.

Из полученной таким образом геометрической фигуры Б. А. Рыбаков «вывел» все виды древнерусских саженей (рис. 15). Великая сажень — диагональ квадрата, сажень без чети — диагональ половины квадрата, мерная сажень — сторона квадрата, косая сажень — диагональ прямоугольного «вавилона», прямая сажень — диагональ короткой половины «вавилона», трубная сажень — диагональ длинной половины «вавилона» и так далее. Все сажени оказываются связанными в удивительно простую и стройную геометрическую систему, содержащую систему мер Древней Руси. Оказалось, что из построений «вавилона» вытекают не только сажени, но и другие меры длины. Так, отрезки БТ и ЕЕ на рисунке отвечают локтю (44,1 сантиметра) и равны 1/4 мерной сажени. Отрезки ГФ и ШЗ равны 1/2 локтя «смоленского» и равны 1/8 великой сажени.

Совокупность русских саженей можно построить и по несколько другому принципу — по системе диагоналей. В основе такого построения лежит квадрат со стороной, равной 1/2 мерной сажени. Диагональ его будет равна половине великой сажени. Отложив диагональ на продолжении стороны квадрата, получим прямоугольник со сторонами а и $a \cdot \sqrt{2}$. Диагональ его будет равна $a \cdot \sqrt{3}$ = прямой сажени. Продолжив построение по этому принципу, мы получим последовательно:

$a \cdot \sqrt{3} = 152{,}76$ — прямая сажень;
$a \cdot \sqrt{4} = 176{,}4$ — мерная сажень;
$a \cdot \sqrt{5} = 197{,}21$ — сажень без чети;
$a \cdot \sqrt{6} = 216{,}04$ — косая сажень;
$a \cdot \sqrt{8} = 249{,}46$ — великая сажень.

Читатель вправе сказать: «Это уже было, было в Древнем Египте». Действительно, «система диагоналей» в нахождении гармонических пропорций была известна еще в период строительства пирамид, три тысячелетия до творений русских зодчих. Что это? Поразительный факт преемственности знаний, истоки которых зародились в Древнем Египте, затем распространялись в Грецию, Рим, Византию, Европу и Древнюю Русь?! Или это проявление единства законов познания, законов художественного творчества, идущих в своей есте-

ственной эволюции от простого к сложному, от целых чисел к иррациональным, от отдельных фактов и творческих находок к их стройной системе?! Здесь мы вступаем в страну гипотез — увлекательную и загадочную, полную неожиданностей, но, увы, изменчивую, вариантную, ибо гипотезы создают для того, чтобы их опровергали.

Б. А. Рыбаков впервые представил древнерусские меры длины как единую систему. В этой системе русских мер господствующей является идея квадрата, соотношение $1 : \sqrt{2}$, и всю систему русских саженей можно рассматривать как своеобразную «вариацию на тему квадрата». Сопряженность русских мер была основой создания гармонических пропорций архитектурных сооружений, она и сохранила всю совокупность этих мер длины как единую метрологическую систему Древней Руси, в основу которой положены пропорции человеческого тела.

Анализируя геометрию «вавилона», Б. А. Рыбаков нашел здесь около десятка отношений, очень близких к золотой пропорции.

Интересно еще одно построение, выполненное Б. А. Рыбаковым. Если в «вавилоне» со стороной в 176,4 см мы продолжим стороны среднего по величине вписанного прямоугольника до пересечения их со сторонами наибольшего прямоугольника, то получим по углам четыре маленьких прямоугольника со сторонами 25,835 см и 18,265 см, что соответствует распространенному в XII веке формату русского кирпича. Так, в Успенской церкви Елецкого монастыря в Чернигове основными размерами кирпича являются: $26 \times 18{,}5 \times 5$ и $25 \times 18 \times 4{,}5$ см.

Можно лишь удивляться столь геометрически красивой, продуманной и удобной системе мер, отраженной в «вавилоне». Недаром Б. А. Рыбаков назвал «вавилон» логарифмической линейкой зодчих Древней Руси.

И. Ш. Шевелев продолжил анализ древнерусских мер и предложил свою систему их построения. По его данным, сажень в 197,2 см, не имевшая собственной пары, была окрещена саженью без пары, без чети, а со временем — в сажень без чети. Ее считали искусственно созданной мерой, диагональю половины квадрата, сторона которого равна мерной сажени. Это значит, что сажень без чети связана с мерной саженью как 2 и

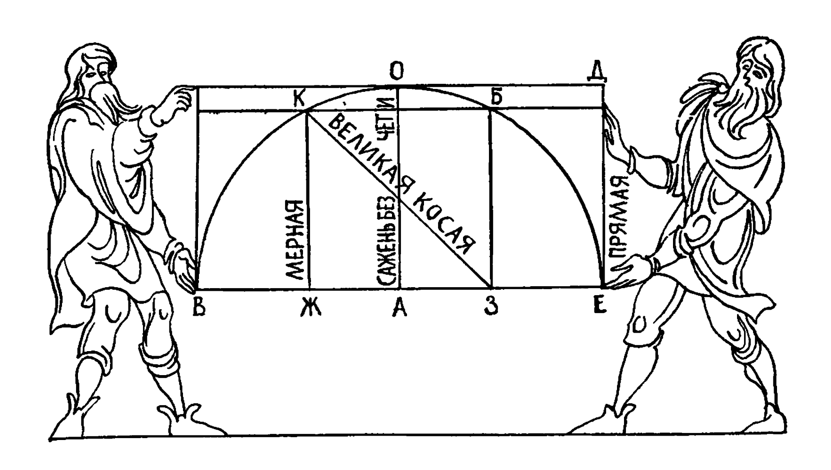


Рис. 16

$\sqrt{5}$, то есть как диагональ квадрата в прямоугольнике два квадрата. Морская сажень — искаженное слово заморская. Ее длина 183 см связана с длиной римской меры пасс (148 см) в пропорции $(\sqrt{5}-1):1$. Пропорция церкви Покрова на Нерли осуществлена связью $2:\sqrt{5}$, применением сажени без чети и мерной. Пропорции шатровых храмов в селе Красном близ Костромы и в Коломенском под Москвой построены на основе пропорции $1:(\sqrt{5}-1)$, применением малой и мерной саженей.

Далее Шевелев показал, что малая сажень в 142,7 см связана с мерной саженью, как 1 и $(\sqrt{5}-1)$. Получилось, что непарные сажени Руси — без чети и малая — оказались парными к мерной сажени в 176,4 см — основной мере Древней Руси, равной росту человека или размаху рук. И. Ш. Шевелев свел все эти построения в наглядный рисунок (рис. 16), на котором изображен прямоугольник со сторонами 1 : 2, вписанный в полукруг. Полученные величины отрезков отвечают русским саженям, золотой пропорции, пропорциям Парфенона, циркулям античности. Наличие нескольких саженей на Руси получило убедительное объяснение: они были необходимы для обеспечения определенной пропорциональности в архитектуре.

Таким образом, строительные меры Древней Руси выбирались совершенно не случайно, они взаимосвя-

заны в стройную, логически осмысленную систему. Основой этой системы являются пропорции тела среднего человека, а развитием системы — геометрические пропорции квадрата и прямоугольника, равного двум квадратам. На основании сведений, полученных различными авторами, И. Ш. Шевелев определил простую и наглядную взаимосвязь русских саженей, их геометрическую сопряженность, основанную на соотношениях в квадрате и «двух квадратах». По его мнению, все русские сажени образуют пары, связанные отношениями $1 : \sqrt{2}$; $1 : (\sqrt{5}-1)$ и $2 : \sqrt{5}$.

Получилась стройная система парных мер, причем в каждой паре присутствует либо мерная, либо большая сажень, отвечающие размерам тела человека. Система парных мер облегчала соблюдение гармонических пропорций, организацию самого строительства. Нетрудно заметить, что отношение в парных мерах $1 : (\sqrt{5-1})$ равно половине золотой пропорции. Золотой пропорции отвечает также отношение великой косой сажени (248 см) и малой сажени (153 см). Все восемь саженей в системе И. Ш. Шевелева являются производными простой геометрической фигуры — квадрата, и их систему по праву можно назвать вариацией на тему квадрата. Как считает И. Ш. Шевелев, геометрическая гармония самых различных архитектурных сооружений от Парфенона до русских храмов построена на взаимосвязи трех чисел: 1; 2 и $\sqrt{5}$, то есть на соотношении сторон и диагонали двух квадратов.

Однако в архитектурных сооружениях Руси применялись и другие принципы пропорциональности, и другие сажени. А. Пилецкий исследовал систему русских саженей, описанных в трудах по древнерусской метрологии и архитектуре более позднего периода. Особенное внимание он уделил архитектуре XVII—XVIII веков, которая отличается «виртуозностью белокаменной резьбы и мастерством ее сочетания с красной кирпичной кладкой». Так, по его данным, Рождественская церковь в городе Горьком имеет на фасаде три яруса белокаменного декора. Высота первого яруса 441, второго — 498, третьего — 468 см. Без знания метрики русских зодчих невозможно объяснить, чем вызваны различия в размерах ярусов. А вот при пересчете высот на древнерусские меры первый ярус составит $2^1/_2$ сажени по 176 см, второй ярус — $2^1/_2$ сажени по

197,4 см и третий ярус — $2^1/_2$ сажени по 186,4 см. Это уже определенная система пропорций, но естественно возникает вопрос: почему размеры ярусов отмерялись разными саженями?

Подобный подход к членению целого на части обнаружен А. Пилецким и в других сооружениях этого периода. Так, Смоленская церковь в Гордеевке имеет два яруса: первый $2^1/_2$ сажени по 244 см и второй — $2^1/_2$ сажени по 230,4 см. Введенский собор в Сольвычегодске имеет два яруса декора, равные $2^1/_2$ сажени по 258,4 см и $2^1/_2$ сажени по 244 см. Характерно, что сажень 258,4 см названия не имеет, но обнаружена во многих памятниках русской архитектуры.

Изучив метрику русских храмов XVII—XVIII веков, А. Пилецкий установил применение зодчими этого периода десяти различных саженей. В их число входит казенная (217,6 см), народная (176 см), малая (142,4 см), греческая (230,4 см), церковная (186,4 см), простая (150,8 см), великая (244 см), царская (197,4 см), без названия (258,4 см), без названия (159,7 см).

И вновь перед исследователями возникает вопрос: зачем русским зодчим понадобилось так много различных саженей, какая система объединяет их в единое целое? А может быть, никакой системы нет, а различные «архитектурные шкалы» в разных районах страны вырабатывали свои меры длины? Характерно, что среди десятка саженей нет парных с отношением длин $1 : \sqrt{2}$, поэтому и нет здесь косой сажени, равной диагонали квадрата. Несколько пар саженей связаны отношением в фигуре «два квадрата» — отношением малой стороны к диагонали без малой стороны, то есть $1 : (\sqrt{5}-1)$. А это отношение, как известно, равно половине золотой пропорции. Три пары саженей связаны золотой пропорцией. Остановимся только на одной из них: отношение одной сажени без названия (258,4 см) к другой (159,7 см) равно 1,6180338. Такой удивительной точности выражения золотой пропорции мы не встречали ни в одной паре саженей, ни в одном архитектурном сооружении! Может быть, эта пара саженей без названия и была создана для точного воспроизводства золотой пропорции?

Как видим, рассмотренная совокупность саженей существенно отличается от той, что была описана Рыбаковым и Шевелевым. От прежних саженей сохранилось

только три: малая (142,4 см), народная (176 см) и царская (197,4 см), остальные же существенно отличаются. Создается впечатление, что эта система саженей более изощренная, более точная, о чем свидетельствуют отношения в парных саженях. Здесь также сохраняется антропометрический принцип: в основе лежит народная, или мерная, сажень (176 см), равная росту человека, с ней связана малая сажень, равная расстоянию от вытянутой руки до земли (142,3 см). Характерно, что размер последней уточнен, что дает более точное соотношение

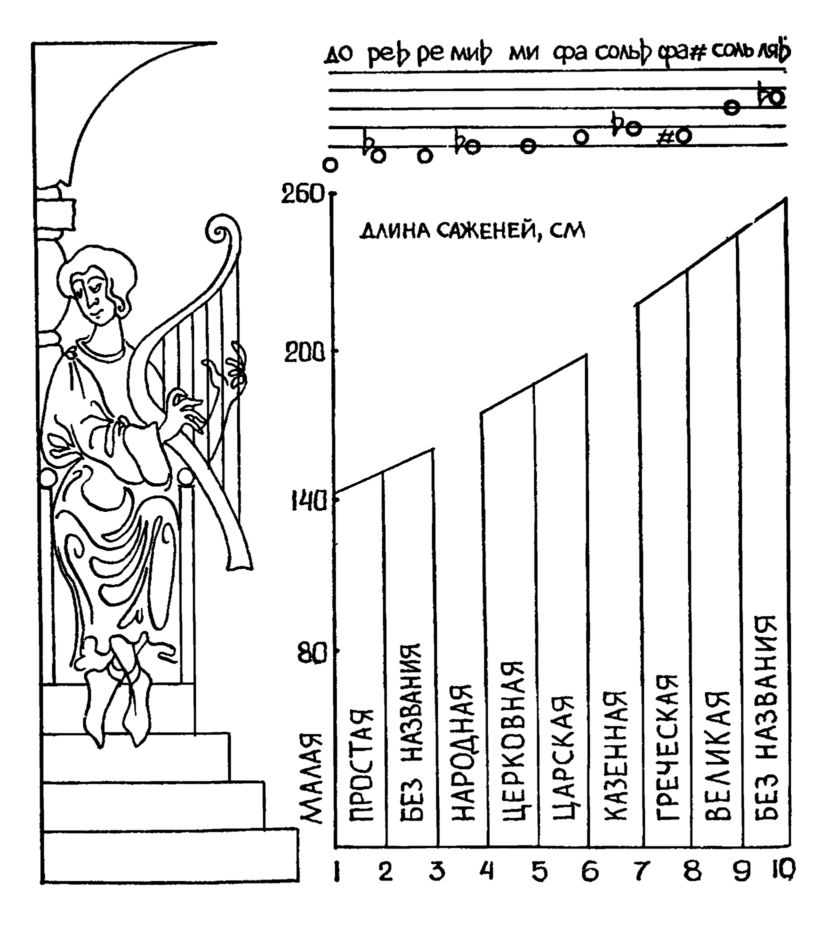


Рис. 17

этих двух саженей, отвечающее половине золотой пропорции.

Отдельные соотношения саженей мы определили — они отвечают золотой пропорции. Это интересно, но это еще не дает основания утверждать, что вся система русских саженей построена на основе этой пропорции. Нужно искать другие закономерности, связывающие все десять саженей в систему мер длины. Разместим сажени в ряд по возрастанию длины — от самой короткой малой сажени (142,4 см) до самой большой без названия (258,4 см). Нетрудно видеть, что разница в длинах соседних саженей небольшая и довольно равномерная. Если рассчитать отношения длин рядом расположенных саженей, то для семи пар получим одно и то же отношение, равное 1,059. Отклонение от этой величины у различных пар удивительно малое — всего 0,004%! Можно лишь удивляться достигнутой точности в относительных размерах саженей этого ряда. Только между двумя парами саженей интервал оказался бо̀льшим и равным 1,102. Похоже, что между ними существовали некоторые особые отношения длин. Но и без них совершенно ясна основа создания системы мерных саженей — это модуль 1,059. Этому модулю отвечают и соотношения ярусов описанных выше русских храмов (Рождественская, Смоленская церкви).

Как известно, модуль в точных науках — это особо важный коэффициент, а в архитектуре — часть постройки, служащая единицей измерения для придания соразмерности зданию. Похоже, что и при создании системы русских саженей, описанных А. Пилецким, был выбран модуль 1,059. При этой величине модуля каждая из семи саженей отличается от соседней на 1/17 часть длины. Нетрудно заметить, что число 1,059 очень близко к $\sqrt[12]{2}$.

Расположим все сажени — от самой маленькой до самой большой — на чертеже, на равном расстоянии одна от другой (рис. 17). Получилось три группы мер длины, ограниченных прямыми линиями. При таком отношении размеров саженей практически очень легко и просто производить их проверку, изготовление, конструирование новых образцов: по двум точкам на прямой всегда можно найти третью.

Графическое изображение саженей наглядно иллюстрирует их закономерное расположение в системе. Отношение длин саженей в каждой группе равно 1,059, от-

ношение крайних саженей в группах равно 1,102, четыре пары саженей связаны отношением половины золотой пропорции, а три пары — золотой пропорции. В этой системе саженей просматривается и еще одна закономерность: отношение ряда саженей укладывается в числа 17/16; 18/16; 19/16. Известно, что в русской метрологии было принято деление сажени на 2, 4, 8, 16 частей, что удобно производить сложением шнура пополам. Так, русский вершок ровно 32 раза укладывается в малой сажени.

Можно предполагать, что эти или подобные им несложные геометрические построения и расчеты и легли в основу создания столь гармоничной системы саженей. Пока это только гипотеза. Медленно вместе с читателем мы продвигались к разгадке тайны создания системы русских саженей, снимая один покров за другим, выявляя все новые и новые закономерности. Осталось объяснить, почему русские зодчие подчинили систему мер длины модулю, равному 1,0590? Чем замечательна эта величина, не она ли заставила «звучать колонны»?

Известно, что темперированный звукоряд в современной музыке состоит из 12 интервалов, которые выражаются числами; 1, $2^{1/12}$, $2^{2/12}$; $2^{3/12}$; $2^{4/12}$ и т. д. — до $2^{12/12} = 2$. Каждый отдельный звуковой интервал, называемый в музыке малой секундой, — это $\sqrt[12]{2}=1{,}059$. Естественно, напрашивается вывод, что система мерных русских саженей построена по такому же принципу, что и темперированный звукоряд в музыке, и величина пропорционального модуля 1,059 равна малой секунде звукоряда. Трудно допустить, что выбор русскими зодчими размерного модуля равным 1,059 и его соответствие секунде звукоряда является случайным совпадением. Слишком высока точность соблюдения отношения 1,059 в системе русских саженей!

Очевидно, в истории русского зодчества в этот период произошел «переход к новой системе мер и пропорций», который и привел к новому стилю в зодчестве, поднял гармонию творений архитектуры на качественно новый, более высокий уровень. Характерно, что три пары новых саженей обеспечивали золотую пропорцию — критерий гармонии и красоты. Подобно тому, как в истории музыки простая гамма, существовавшая со времен Пифагора, уступила место темперированному звукоряду, так и в эволюции архитектуры одна система

пропорции, существовавшая со времен греческой классики, уступила место другой системе русской архитектуры XVII—XVIII веков.

Известно, что XVII век был «переходным» в истории русской культуры. В этот период началась смена старых эстетических взглядов и традиций, сложившегося стиля, отработанной многими поколениями художников техники и исполнения и т. д. В XVII веке, особенно во второй его половине, начала меняться древнерусская художественно-эстетическая система. Как указывает А. А. Баженова, «итоговый характер русской эстетической мысли XVII века диктовал необходимость сохранения еще прочных древнерусских эстетических канонов и традиций, и одновременно из новых условий и потребностей времени рождалось... требование изменения старых канонов, возникновения новых форм художественной культуры, а также новых понятий и критериев оценок». Этот переломный период потребовал, в частности, и создания новой системы мерных саженей.

Становится понятным несоответствие систем русских саженей, описанных Б. А. Рыбаковым, и более поздней системы, описанной А. Пилецким. Первая система мер и пропорций строилась на основе соотношений квадрата и «двух квадратов». Вторая, более поздняя система саженей, сохранив из опыта прошлого ряд наиболее эстетически ценных отношений, и прежде всего золотую пропорцию, была создана на более высоком математическом и эстетическом уровне. Она соединила эти пропорции с закономерностями музыкального темперированного звукоряда в органически цельную и стройную систему.

Создав новую систему саженей, то есть систему мер и пропорций, русские зодчие получили богатейший инструмент для тонкого архитектурного варьирования, передачи в пропорциях сооружений целой гаммы всевозможных оттенков, тонких нюансов, что и обеспечивало создание архитектурных произведений более высокого эстетического уровня. Недаром архитектуру издавна называют застывшей музыкой. Гармоническое сочетание пропорциональных частей в целом, их соразмерность, органическое единство в архитектуре рождает эмоциональное удовлетворение, эстетическое наслаждение, такое же, как и гармоническое сочетание соразмерных звуков в музыке.

Французский архитектор Огюст Перре однажды ска-

зал: «Искусство архитектуры заключается в том, чтобы заставить звучать опоры...» Подобно оркестру, звучат и русские храмы, но для их звучания была нужна система пропорций, своеобразный размерный звукоряд. Его и обеспечивала существовавшая система саженей.

Остается открытым вопрос о том, как была создана система саженей, аналогичная темперированному звукоряду. Было ли это результатом логически обоснованного решения или же итогом интуитивного, неосознанного поиска гармонического сочетания пропорций? Ведь нередко интуитивно открытые закономерности значительно опережают их осознанно-логическое постижение.

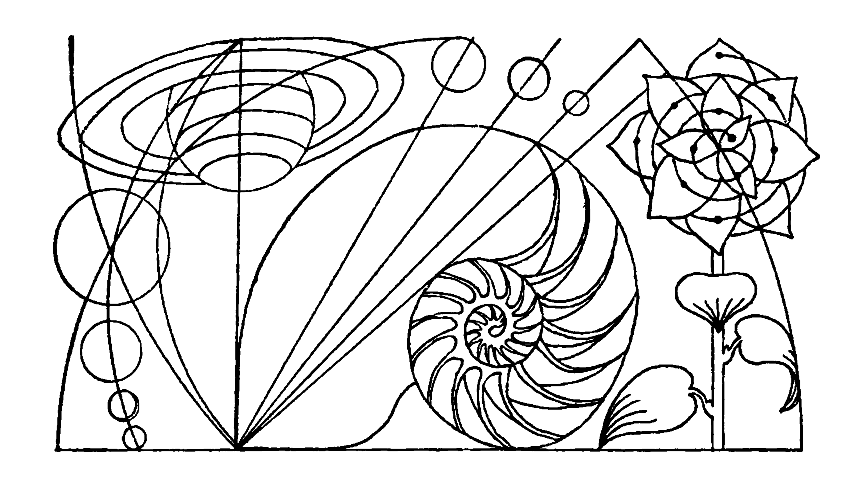
Ведь и к музыкальной октаве люди пришли интуитивно, не понимая сущности, но улавливая благозвучные сочетания. Уже позже наука объяснила сущность музыкальной октавы, дала ей четкие математические формулы. Так и в зодчестве: в стремлении к гармонии форм русские мастера, очевидно, интуитивно пришли к системе саженей, аналогичной музыкальному звукоряду и в то же время основанной на золотой пропорции. В искусстве и архитектуре интуитивный путь познания является преобладающим, примером чего может служить та же золотая пропорция. Найденная и применяемая интуитивно, она лишь значительно позже была выведена математически, стала составной частью научного познания. Возможно, что существуют определенные законы развития представлений о гармонии, законы продвижения познания по пути приближения к вершинам гармонии. И эти законы интуитивно привели творцов прекрасного к темперированному звукоряду в музыке и к описанной системе саженей в зодчестве.

Следует заметить, что в условиях индивидуального строительства, когда каждое архитектурное сооружение было неповторимым произведением зодчества, одного эталона длины или одной пары саженей было недостаточно. Нужна была развернутая система мерных саженей с разнообразными соотношениями. Так, создателю произведений живописи необходима не одна-две краски, а целая палитра всевозможных цветов (цветовая октава) для создания разнообразных (цветовых) комбинаций.

Изучение русских саженей, раскрытие тайн русских зодчих — это не только дань любопытству, это ознакомление с бесценным опытом русских мастеров, с открытыми ими «секретами» создания шедевров архитекту-

ры. Как далеко ушла наука наших дней от времен средневековья; как несуразица воспринимается подчас существование многочисленных и «примитивных» мер длины прежних времен — всевозможных саженей, в которых легко запутаться, локтей, футов, аршин, пядей, шагов, верст и т. п. Какой совершенной представляется нам метрическая система мер с ее единственным эталоном — простым и удобным метром.

Но человек всегда, приобретая одно, теряет другое. С введением в обиход метра мы потеряли естественную, гармоническую систему мер наших предков, основанную на пропорциях человеческого тела. Мы получили простую и удобную, но обезличенную, чуждую человеку «мертвую» систему мер длины. Отказавшись от системы саженей — хорошо продуманной, основанной на гармонии пропорций, мы постепенно ушли и от гармонических принципов построения архитектурных сооружений. Вместо сложных, близких к природе очеловеченных пропорций здания с множеством округленных очертаний мы пришли к убогой прямолинейности геометрически правильных сооружений, с квадратами и прямоугольниками фасадов, в которых мертвыми глазницами зияют вырубленные прямоугольные окна.



II ЧАСТЬ
ХИМИЯ «ПО ФИБОНАЧЧИ»

Числа не управляют миром, но они показывают, как управляется мир.

И. Гёте

Многие ученые утверждают, что накопленная сумма знаний в какой-либо области только тогда может быть названа наукой, когда она математизируется, от качественного описания перейдет к четким количественным характеристикам. Это утверждение справедливо и в отношении химии. К концу XVIII века химики накопили значительный для своего времени объем знаний, они научились разлагать многие сложные вещества на простые, из простых получать сложные. Все актуальней становился вопрос о количественном составе различных химических соединений, о пропорциях простых веществ в сложных. Это было необходимо для создания стройной теории химического строения, и этого требовала практика производства различных химических продуктов.

Судьба забросила французского химика К. Л. Бертолле (1748—1822 гг.) на соляные озера, расположенные в Египте. Здесь чернокожие рабочие под палящим солнцем добывали соду. Долгие месяцы К. Бертолле наблюдал, как происходит кристаллизация соды из со-

лянных рассолов. Объем наблюдений возрастал, постепенно рождалась стройная система представлений о химических соединениях. К. Бертолле пришел к выводу, что вещества могут соединяться друг с другом в произвольных соотношениях, что химические соединения имеют непостоянный состав, который зависит от условий их получения, массы реагирующих веществ. Примеров у него было много, это растворы солей, металлические сплавы и стекла. Ну а соединения строго постоянного состава представлялись ему лишь исключением из общего правила.

Авторитет К. Бертолле в мире науки был достаточно высок, многие химики соглашались с его теорией строения химических соединений. Но... были и сомневающиеся. Одновременно с К. Бертолле изучением состава различных химических соединений занимался не менее известный французский химик Ж.-Л. Пруст (1754—1826 гг.). Решая практические задачи получения металлов из руд, он изучал состав различных окислов металлов. И пришел к выводу, что соединения имеют строго постоянный состав, не зависимый от условий их образования. Он получал окись цинка из руд разных месторождений, различными способами, и всегда это соединение имело один и тот же состав. Если же соединений было несколько, как, например, у железа с кислородом, то состав их изменялся скачком, от одного постоянного к другому.

Так возник знаменитый научный спор между двумя великими учеными Франции, длившийся более десяти лет. В конце концов ученые признали правоту Ж. Пруста, и был утвержден закон постоянства состава химических соединений. Трудами английского ученого Д. Дальтона (1766—1844 гг.) в химии утвердилось атомарное учение. Был сформулирован закон кратных отношений, по которому между атомами в соединениях устанавливаются простые целочисленные соотношения. Это дало возможность описывать состав химических соединений простыми формулами. И сейчас каждый школьник знает, что состав воды описывается формулой H_2O, поваренной соли — $NaCl$, окиси цинка — ZnO. Химия стала точной наукой. Родилась даже целая область химии, изучающая соотношение атомов в соединениях и называемая стехиометрией.

Утверждение закона кратных отношений — одно из замечательных достижений мировой науки: из хаоса

атомарных представлений выросла простая, стройная, красивая система. Атомы различных элементов могут образовать бесконечно много всевозможных сочетаний, соединенных силами химической связи. Но только некоторые из них являются устойчивыми и сохраняются, а другие погибают, распадаются на более устойчивые соединения. А устойчивыми будут те сочетания атомов различных элементов, которые отвечают простым целочисленным отношениям компонентов. Удивительно просто, ясно, доходчиво и... отвечает представлениям древних пифагорейцев о главенствующей роли чисел в организации Вселенной.

Казалось бы, все стало на свое место, все стало ясным. Но в науке так не бывает, любое открытие рождает новые вопросы. Оказалось, что многие соединения постоянного состава не так уж и строго сохраняют это постоянство, допускают некоторые отклонения, иногда очень существенные. А растворы, которые из-за их переменного состава многие химики вообще не считают химическими соединениями, в определенных условиях начинают скачкообразно изменять свои свойства при изменении состава. Оказалось, что постоянство состава и его изменчивость во многих случаях так переплетаются, что становится трудным определить, как же назвать то или иное соединение. Может быть, правильно вообще отказаться от деления соединений на постоянные и переменные по составу, а говорить об этих характеристиках как о свойствах?

Да и с целочисленным соотношением атомов в соединениях оказалось не все просто. Неясно, что понимать под «небольшими» целыми числами атомов в формулах соединений. Пока изучали сравнительно простые химические соединения, отношение атомов в них обычно отвечало небольшим числам, например, в H_2O; Al_2O_3; Fe_3O_4; As_2O_5. Но круг изучаемых химических соединений стремительно расширялся. Появились формулы соединений со стехиометрическими коэффициентами 7, 9, 15, 21 и т. д. А когда начали изучать состав органических соединений, о простых целочисленных отношениях и говорить стало неудобно. Так, состав некоторых хлорофиллов (ответственных за фотосинтез в растениях) описывается формулами $C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$, $C_{55}H_{70}O_6N_4Mg$. В состав гемоглобина (красных пигментов эритроцитов крови человека) входят четыре железопорфириновых соединения (гемы), состав их описывается формулой

$C_{34}H_{32}O_4N_4Fe$. Есть в органической химии и своеобразные «чемпионы». К ним относится ДНК бактериофага, описываемая формулой $C_{5750}H_{7227}N_{2215}O_{4131}S_{590}$. Какие уж тут отношения «небольших целых чисел» — здесь фигурируют четырехзначные величины.

Значит, не все просто в стехиометрических законах химии: простота здесь сочетается со сложностью, целочисленное отношение атомов — с его нарушениями, а вопрос о возможных соотношениях атомов в соединениях остается вообще открытым.

Мы не будем касаться области органических соединений, углубляться в химию различных образований. Нас интересует лишь один вопрос — не проявляются ли в формулах соединений числа Фибоначчи, не подчиняется ли химическая организация правилу золотой пропорции? Среди химических соединений нередко встречаются такие, в формулах которых имеются числа 1, 2, 3, 5, 8. Однако возможно, что это только случайные совпадения; среди всевозможных соотношений атомов в соединениях, количество которых практически безгранично, неудивительно встретить и числа из ряда Фибоначчи. Только наличие в формулах соединений чисел ряда в их закономерном, а не случайном сочетании позволило бы сделать вывод о связи состава таких соединений с числами Фибоначчи.

Автору удалось обнаружить такие соединения при изучении окислов урана и хрома. При окислении урана состав образующихся окислов изменяется не непрерывно, а скачкообразно — от одного устойчивого соединения с целочисленным соотношением атомов к другому. Между окислами урана UO_2 и UO_3 образуется целый ряд промежуточных соединений, состав которых описывается формулами U_2O_5, U_3O_8, U_5O_{13}, U_8O_{21}, $U_{13}O_{34}$. Как видим, в них отношения атомов равны отношениям чисел Фибоначчи, расположенным через одно. Мы уже знаем, что такое отношение в пределе стремится к квадрату золотой пропорции.

Каждый из описанных окислов урана может быть представлен в виде суммы двух граничных окислов ряда UO_2 и UO_3, взятых в различных пропорциях, например: $U_5O_{13}=3UO_3+2UO_2$, $U_8O_{21}=5UO_3+3UO_2$. Здесь коэффициенты перед окислами UO_3 и UO_2 отвечают рядом расположенным числам Фибоначчи. Вот и получается, что состав рассмотренных окислов урана пол-

ностью подчиняется числам Фибоначчи, расположенным не случайно, а строго закономерно.

Аналогичный состав имеют и окислы хрома Cr_2O_5, Cr_3O_8, Cr_5O_{13}, Cr_8O_2. Те же числа Фибоначчи определяют состав этих соединений.

Попытаемся поглубже проанализировать состав оксидов хрома и урана, подчиненных числам Фибоначчи. Нет ли здесь более глубоких закономерностей химической организации?

Общепринято состав химических соединений определять соотношением атомов элементов, входящих в эти соединения. Но можно химическое соединение рассматривать состоящим из атомов (ионов) различных элементов и подвижных валентных электронов, которые «отвечают» за образование химических связей между атомами. Так, например, в оксиде Cr_2O_5 на 7 атомов хрома и кислорода приходится 10 валентных электронов. Если произвести аналогичные расчеты для всех оксидов ряда Фибоначчи, получим следующие отношения сумм атомов к суммам валентных электронов: 10/7; 16/11; 26/18; 42/29; 68/47. А теперь последовательно уменьшим числители и знаменатели этих дробей на ряд чисел Фибоначчи, отвечающих количеству атомов металлов в соединениях: 2, 3, 5, 8, 13. В результате получим отношения 8/5; 13/8; 21/13; 34/21 и 55/34, то есть расположенные рядом числа Фибоначчи, отношение которых в пределе стремится к золотой пропорции.

Мы рассмотрели только некоторые соединения урана и хрома с кислородом, те, которые подчинены стехиометрии по Фибоначчи. Но кислородных соединений значительно больше. Среди соединений урана, например, приводятся составы, описываемые формулами U_3O_7; U_4O_{11}; U_7O_{18}; $U_{11}O_{29}$ и $U_{18}O_{47}$. Этот ряд окислов урана отражает стехиометрию соединений, построенную в соответствии с другим рекуррентным рядом чисел — рядом Люка: 1; 3; 4; 7; 11; 18; 29; 49; ..., который является производным от ряда Фибоначчи. В ряде Люка отношение рядом стоящих чисел в пределе также стремится к золотой пропорции.

Итак, химические соединения, организованные «по Фибоначчи», существуют. Это «химическая» реальность. Соединения с отношениями атомов 5/3; 8/5; 13/8; 21/13; 34/21 явно демонстрируют свое «стремление» к достижению золотой пропорции, то есть к отношению атомов, равному $\Phi = 1{,}61803...$ Но ведь это отношение является

иррациональной величиной! Похоже, что эти химические соединения бросают вызов стехиометрическим законам химии с их декларированными целочисленными отношениями атомов в химических соединениях. Значит ли это, что существуют химические соединения с иррациональным отношением атомов?

Трудно ответить однозначно на этот вопрос. Ведь описанные соединения, «стремящиеся» к золотой пропорции, все же описываются целочисленным отношением атомов. В природе сосуществуют две противоположные тенденции химической организации — непрерывная и дискретная. Если дискретная форма организации обеспечивает стабильность, прочность, устойчивость химического соединения посредством простых целочисленных отношений атомов, то непрерывная форма организации ломает эту простую целочисленность, образуя нестехиометрические соединения — подвижные, изменчивые, обеспечивающие быстрый рост, но далекие от равновесия. Борьба этих двух противоположных тенденций и рождает реальные химические соединения, в которых в различных формах проявляются обе тенденции химической организации, некий компромисс, достигнутый в ходе непримиримой борьбы.

Следует также учесть и психологическую направленность мышления ученых, находящихся в той или иной мере в плену господствующей научной парадигмы, то есть системы научных знаний и представлений. Частью научной парадигмы является и господствующее представление о стехиометрии химических соединений, о простых целочисленных соотношениях атомов. При изучении состава химических соединений непроизвольно, подсознательно возникает стремление найти целочисленные соотношения даже там, где их, быть может, и нет. Возьмем, к примеру, соединение урана с кислородом, в котором, по данным химического анализа, содержится 72,36% атомных долей кислорода. Какой формулой можно и нужно описать это соединение? Можно предложить формулу U_8O_{21}; здесь отклонение расчетного состава в сравнении с тем, что определено анализом, составит всего 0,05% по кислороду. Очень небольшое отклонение. Можно описать состав этого соединения формулой $U_{13}O_{34}$ с отклонением состава всего 0,02%, что находится, как правило, в пределах точности эксперимента.

Но можно состав этого оксида урана описать фор-

мулой $U_{89}O_{233}$ (89 и 233 — числа Фибоначчи), которая точно отвечает составу соединения, содержащего 72,36% кислорода. Но с таким же основанием этот оксид урана можно описать формулой с иррациональным отношением атомов, отвечающим квадрату золотой пропорции: $UO_{2\,61803} = UO\Phi^2$. Что предпочесть, на чем остановиться?

Для выбора правильного ответа одних данных химического анализа недостаточно. Нужна некоторая методологическая основа, новый стехиометрический подход. Можно признать правомерным не только целочисленное и нецелочисленное соотношение атомов в химических соединениях, в том числе и иррациональное, отражающее одну из сторон их организации. И тогда выбор формул, отвечающих составу химических соединений, может опираться уже на другую научную парадигму, признающую правомерность двух форм химической организации, а затем и существование различной стехиометрии — целочисленной и нецелочисленной, рациональной и иррациональной.

Стехиометрию химических соединений нельзя рассматривать изолированно, в отрыве от условий их образования. Целочисленная стехиометрия характерна для устойчивых, равновесных соединений, причем чем меньше в формуле соединения элементов, тем вероятнее его образование. Процессу же образования химических соедииений, быстрому росту их кристаллов отвечают отклонения от целочисленного отношения атомов, оно и обеспечивает высокую подвижность.

Конечно, искушенный в химии читатель может возразить, что арифметическая операция с валентными электронами в оксидах искусственна, что оксиды не металлы, где электроны свободны и образуют некий электронный газ и т. д. С этим нельзя не согласиться, но... обратимся к химическим соединениям металлов, так называемым интерметаллидам. Хотя в них имеются свободные электроны, но состав все же определяет соотношения атомов различных металлов, например Ni_2Zn_3; Zn_3Sb_2; Sr_3Ag_5, и т. д. Имеются, правда, и исключения среди интерметаллидов. Это так называемые электронные соединения, названные фазами Юм — Розери, в честь известного английского металловеда, впервые обратившего внимание на эти соединения. Кристаллическое строение и состав этих соединений определяются отношением числа валентных электронов к числу ато-

мов. (Следует отметить, что не все валентные электроны металлов отрываются от орбит атомов и становятся свободными, так что эти соединения не так уж и далеки от окислов хрома и урана.) Отношения числа электронов к числу атомов в фазах Юм — Розери равны 3 : 2, 21 : 13 и 7 : 4. Первые два отношения отвечают числам Фибоначчи, расположенным рядом. А третье — расположенным рядом числам ряда Люка.

Характерно, что во многих электронных соединениях соотношение атомов также отвечает числам Фибоначчи, например в Cu_5Zn_8; Ni_5Be_{21}; Ag_5Al_3; Ag_5Sn_8; Mn_5Sn_{21}.

Соединение типа Cu_5Zn_8, где отношение числа валентных электронов (5+16) к числу атомов (5+8) равно 21/13, в обобщенном виде можно изобразить формулой $A_5^{1+}B_8^{2+}$. Так как отношения 21 : 13 и 8 : 5 равны отношениям чисел Фибоначчи, которые в пределе равны 1,61803...., можно предполагать, что соединения типа A_5B_8 также в своем изменении (или вариациях состава), последовательно изменяясь в соответствии с рядом чисел Фибоначчи, «стремятся» к пределу:

$$A_5B_8 \rightarrow A_8B_{13} \rightarrow A_{13}B_{21} \rightarrow A_{21}B_{34} \rightarrow \cdots A_mB_n,$$

где $n/m = 1,61803....$, то есть к иррациональному отношению атомов. В этом случае формула соединения примет вид $AB_{1,618....}$ Это и будет соединение с иррациональным, то есть несоизмеримым числом атомов двух элементов.

Состав фаз Юм — Розери характеризуется двойной стехиометрией: он определяется отношением числа всех валентных электронов к числу атомов и одновременно отношением атомов различных элементов. Здесь налицо соотношение целого в большей части и отношение частей, что и характеризует золотую пропорцию. Соединения типа $A^{1+}B^{2+}_{1,618...}$, в которых оба отношения равны, можно назвать стехиометрически гармоническими. Ведь не напрасно золотую пропорцию считают критерием гармонии природы, а некоторые ученые — даже одной из основных констант природы.

Существование химических соединений, организация которых построена на числах Фибоначчи, можно считать фактом установленным. Ну и что же из этого следует, может спросить читатель. Еще один пример проявления чисел Фибоначчи?

Конечно, это еще один пример, но пример не из

произведений художников, не из отражения жизненных явлений, а из основ химической организации не живой, а косной, как выражался В. Вернадский, природы. Не нужно забывать, что химия (наряду с физикой) находится в центре наук, является фундаментальной наукой. Она изучает состав всего сущего на Земле (а сейчас уже и в космосе). Она отвечает на главный вопрос: из чего все, что нас окружает, состоит, из каких частиц, как эти частицы материи соединяются между собой. Поэтому нахождение чисел Фибоначчи в химической организации — это свидетельство фундаментальности самого ряда чисел Фибоначчи, его природной изначальности. Ну а если это так, то стоит копнуть еще глубже, взглянуть на строение самих атомов химических элементов.

Известно, что ядра атомов состоят из протонов и нейтронов. Масса каждого элемента (A) определяется количеством протонов (Z) и нейтронов (N). Чем больше в ядре атома протонов, тем больше в нем и нейтронов. Казалось бы, картина ясная: у гелия, например, в ядре атома два протона и два нейтрона, у кислорода по 8 частиц, у серы 16 протонов и 16 нейтронов. Но дальше эта закономерность все больше нарушается, причем чем больше номер элемента, тем больше в его ядре «избыточных» нейтронов. Их число возрастает в таблице элементов, и у урана в ядре содержится 92 протона и 146 нейтронов, число «избыточных» нейтронов здесь достигает 54. В связи с этой особенностью состава ядер отношение числа нейтронов к числу протонов возрастает по мере усложнения атомов и увеличения их массы — от 1 у первых элементов до величины 1,56—1,57 у последних элементов, то есть близко к 1,6. Создается впечатление, что в пределе отношения A/N и N/Z в ядрах элементов стремятся к золотой пропорции. Такое отношение частей (Z, N) и целого (A) можно ожидать у еще не открытых элементов.

Конечно, пока это только гипотеза, выдвинутая Э. М. Сороко. Этот ученый путем несложных преобразований смог установить числа Фибоначчи там, где о них и не догадывались. Разделив ядерные числа изотопа свинца (Z=82, N=126, A=208) на шесть, он получил величины $13^2/_3$; 21 и $34^2/_3$, которые очень близки к числам Фибоначчи.

Наиболее распространены в природе изотопы с числами нейтронов в них 8, 20, 30, 50, 82, 126, которые на-

зывают «магическими». Их природа не объяснена. Характерно, что ряд «магических» чисел обнаруживает свойство рекуррентности и после деления чисел на шесть преобразуется в ряд, очень близкий числам Фибоначчи: $1^1/_3$; $3^1/_3$; 5; $8^1/_3$; 15; $13^2/_3$; 21. Пока это только гипотеза, но как знать, может быть, это ниточка, потянув за которую можно раскрыть загадку строения изотопов с магическими числами нейтронов. Ведь не случайно эти изотопы обладают наибольшей распространенностью.

ВЕЗДЕСУЩИЙ ФИЛЛОТАКСИС

Природа работает небольшим числом общих принципов.

Альберт Сент-Дьёрдьи

Для творений неживой природы характерна высокая устойчивость, слабая изменчивость, если судить в масштабах времени человеческой жизни. Человек рождался, жил, старел и умирал, а гранитные горы оставались такими же, не изменялись и кристаллы топаза, рубина, алмаза на его столе, и планеты вращались вокруг Солнца так же, как и во времена Пифагора. Таков мир неживой природы с его симметричными кристаллами минералов, строго упорядоченным расположением атомов в пространстве. Конечно, со временем и горы разрушаются, и минералы превращаются в прах, но для этого нужны иные масштабы времени, другого времени — времени эволюции Солнечной системы, Вселенной.

Мир живой природы предстает перед нами совсем иным — подвижным, изменчивым, кратко живущим и удивительно разнообразным. Если число минеральных видов в земной коре исчисляется всего двумя тысячами, то число видов растений и животных — миллионами. А какое разнообразие форм, размеров, окрасок! Жизнь демонстрирует нам фантастический карнавал разнообразия, неповторимости творческих комбинаций (и при этом настойчиво «штампует» одни и те же наиболее удачные решения!). Казалось бы, между живой и неживой природой «дистанция огромного размера», это скорее антиподы, чем родственники. Но... не следует забывать, что живая природа в конечном итоге возникла из неживой (если не на нашей планете, то в космо-

се) и должна была по законам наследственности сохранить какие-то черты своей прародительницы.

Мир неживой природы — это прежде всего мир симметрии, придающей его творениям устойчивость и красоту. Нетрудно убедиться в том, что симметрия сохранилась и в живой природе. Достаточно взглянуть на растения, и вы увидите строго симметричные цветы и листья, многие плоды и даже сами растения с их симметрично-винтовым расположением листьев на стержне ствола. Здесь нетрудно встретить те же виды симметрии, что и у кристаллов горных пород — с осями третьего, четвертого, шестого порядка.

Однако есть здесь и отличия. В цветах растений и в их других частях часто наблюдаются оси симметрии пятого порядка, а такая симметрия в кристаллах отсутствует. Так считали... до последнего времени и не переставали удивляться этому феномену организации живого. Недавно установлено, что и в структурах неживой природы встречаются оси симметрии пятого порядка. Однако если здесь это крайне редкое явление, то в строении растений это чуть ли не основное правило. Как видно, и здесь проявляется все та же наследственность. Симметрия растений унаследована от симметрии кристаллов, симметрия которых унаследована от симметрии молекул и атомов, а симметрия атомов — от симметрии элементарных частиц.

Характерной чертой строения растений и их развития является спиральность. Еще Гёте, который был не только великим поэтом, но и естествоиспытателем, считал спиральность одним из характерных признаков всех организмов, проявлением самой сокровенной сущности жизни. Спирально закручиваются усики растений, по спирали происходит рост тканей в стволах деревьев, по спирали расположены семечки в подсолнечнике, спиральные движения (нутации) наблюдаются при росте корней и побегов. Очевидно, в этом проявляется наследственность организации растений, а ее корни следует искать на клеточном и молекулярном уровнях.

Исследования показали, что движение протоплазмы в клетке часто спиральное. Рост клеток также может быть спиральным, как показал ученый Кастл. В жидкой среде клетки встречаются спиральные нити волокон — цитонем. И, наконец, носители информации — молекулы ДНК — также скручены в спираль. Следует отметить, что термин «спираль» не отражает точно строение мо-

лекул ДНК; более правильно говорить о винтовом расположении полипептидных цепей в этой молекуле. Во многих других случаях, рассмотренных в ботанике, речь также идет, по существу, не о спирали, а о винтовом расположении элементов структуры; к сожалению, оба термина часто смешивают.

Нет сомнений, что наследственная спиральность является одним из основных свойств организмов, она отражает один из существенных признаков живого. На первый взгляд кажется, что в кристаллах неорганических веществ спиральность или винтовая структура отсутствуют. Однако более глубокие исследования показали, что винтовое расположение атомов наблюдается и в некоторых кристаллах и выражается в образовании так называемых винтовых дислокаций. Такие кристаллы состоят из единственной винтообразно изогнутой атомной плоскости. При каждом обороте вокруг оси эта плоскость поднимается на один шаг винта, равный межатомному расстоянию. Следует добавить, что кристаллы с такой винтовой структурой обладают сверхпрочностью. Не потому ли живая природа и предпочла этот вид структурной организации, унаследовав его от неорганических веществ? От винтовой структуры молекул ДНК до закручивания усиков растений — таковы формы проявления спиральности на различных уровнях организации растений. Отчетливо проявляется эта особенность организации растений в закономерностях листорасположения.

Сколько листьев имеют растения, сколько цветков, тычинок образуются в различных растениях или растениях одного вида? На первый взгляд вопрос кажется излишним: число листьев, цветков может изменяться в очень широких пределах и принимать любые значения. Но такой вывод оказывается несостоятельным. Исследования показали, что число одноименных органов в растениях не является произвольным, существуют значения часто встречающиеся и значения, которые встречаются очень редко. Это отчетливо проявляется при статистической обработке данных. В результате получаются многовершинные кривые числа органов и даже размеров растений, и между ними соблюдаются определенные числовые соотношения.

Еще в конце прошлого века немецкий ботаник Ф. Людвиг обнаружил, что кривые, описывающие числа краевых цветков в корзинках многих видов растений,

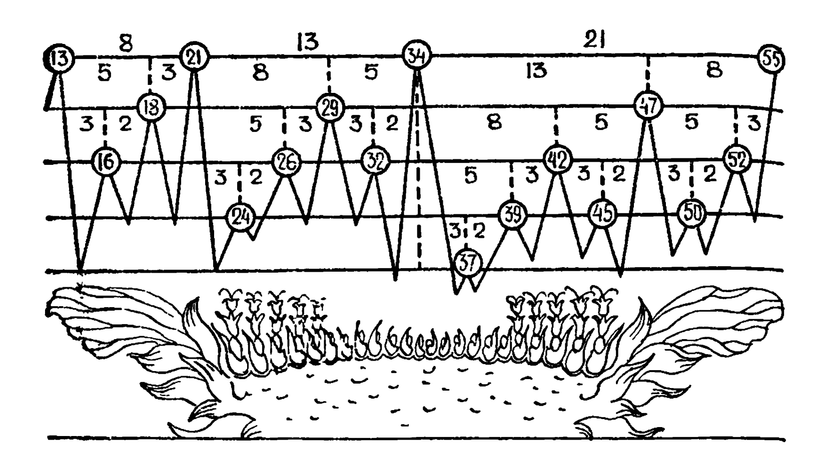


Рис. 18

не плавные, а ломаные, они имеют многовершинный характер, причем основные максимумы (моды) этих кривых соответствуют числу цветков 3, 5, 8, 13, 21, 34..., то есть образуют ряд чисел Фибоначчи. Для получения достаточно достоверных данных Ф. Людвиг исследовал 18 573 цветка. У одного из видов растений оказалось, что основные максимумы числа краевых цветков падают на числа 13, 21 и 34. Кроме основных максимумов, на многовершинном графике видны менее выраженные пики при 26, 28 и 39 цветках.

На первый взгляд кажется, что эти числа не отвечают числам Фибоначчи и противоречат установленной закономерности. Однако при более глубоком анализе оказалось, что никакого противоречия нет. Если взять любой отрезок между соседними числами ряда Фибоначчи и произвести его деление в соответствии с золотой пропорцией, то получим новые, «дочерние» отрезки, длина которых также будет отвечать числам Фибоначчи. Так, например, в интервале между числами 55 и 34 находится число 47, которое делит интервал между числами 55 и 34 на два отрезка длиной 13 и 8. Число 42 также делит отрезок 55—34 в золотой пропорции, но при ином расположении «дочерних» отрезков. Таким путем получаются максимумы второго порядка, отвечающие числам 42 и 47. Между ними располагается число 45, которое делит интервал 47—42 в пропорции 3 : 2; это будет максимум третьего порядка.

Таким образом образуются многовершинные графики с максимумами различных порядков (рис. 18). Кроме основных пиков распределения величин (13, 21, 34 и 55), появляются пики второго порядка (18, 29, 47), третьего порядка (16, 26, 32, 42, 52), четвертого и т. д. Наиболее отчетливо на графике выражены пики-максимумы первого порядка.

Ф. Людвиг установил, что главная, наиболее высокая вершина на кривой числах цветков у разных видов сложноцветных растений падает на разные числа ряда Фибоначчи. Для изученных им растений наиболее выраженные пики на графиках отвечали числам 5, 8, 13, 21, 34.

Установленный Ф. Людвигом закон свидетельствует о том, что число органов у растений изменяется не непрерывно, принимая любые значения, а дискретно, скачками, предпочитая одни величины другим, и этими дискретными величинами являются числа Фибоначчи. Особенно отчетливо проявляются числа Фибоначчи в расположении листьев на побегах.

Существует несколько способов листорасположения. В первом листья побега располагаются строго один под другим, образуя вертикальные ряды — ортостихи. Условная спираль, соединяющая места расположения листьев на побеге, называется генетической, или основной спиралью, точнее, винтовой линией и делится на ряд листовых циклов. Генетическим этот винт называется потому, что расположение листьев в нем отвечает порядку появления в нем листьев. Проекция на плоскость листорасположения позволяет в долях окружности выразить угол расхождения листьев.

Винтовое расположение листьев выражают дробью, числитель которой равен числу оборотов по стеблю воображаемого винта одного листового цикла, а знаменатель — числу листьев в данном цикле, совпадающему с числом ортостих на стебле. Эта дробь позволяет рассчитать и угол расхождения листьев.

Оказалось, что каждое растение характеризуется своим листорасположением. Так, у липы, вяза, бука, злаков листорасположение описывается формулой 1/2, у ольхи, орешника, винограда, осоки — 1/3, у дуба и вишни — 2/5, у малины, груши, тополя, барбариса — 3/8, у миндаля, облепихи — 5/13 и т. д. Нетрудно видеть, что в формулах листорасположения встречаются

числа Фибоначчи, расположенные строго закономерно — через одно.

Посмотрите на сосновую шишку. Чешуйки на ее поверхности расположены строго закономерно — по двум спиралям, которые пересекаются приблизительно под прямым углом. Число таких спиралей у сосновых шишек равно 8 и 13 или 13 и 21. Такие же спирали видны в поперечных разрезах почек; здесь числа спиралей относятся как числа 3/5, 5/8, 8/13. В корзинках подсолнечника семена также расположены по двум спиралям, их число составляет обычно 34/55, 55/89. Здесь вновь мы видим закономерное сочетание чисел Фибоначчи, расположенных рядом: 2/3, 3/5, 5/8, 8/13, 13/21, 21/34, 34/55, 55/89. Их отношение в пределе стремится к золотой пропорции, выраженной числом 0,61803...

В редких случаях, как указывает Г. Кокстер, у растений листья расположены в соответствии с другими рекуррентными рядами чисел, например, рядом Люка: 1, 3, 4, 7, 11, 18...

Рассмотренную закономерность расположения листьев, чешуек, семян называют филлотаксисом. Многие ученые занимались филлотаксисом. Еще в 1754 году французский ученый Шарль Боннэ изучал винтовое расположение чешуек на шишках сосны. Работами математика и ботаника Ц. Ф. Шимпера и А. Брауна (1830-е годы) была создана основа современного знания филлотаксиса, Л. Плантефоль (1946—1948 гг.) разработал дальше теорию филлотаксиса. Он показал, что в срезе почки видны два типа спиралей — левые и правые. Их соотношение у разных растений отвечает формулам 2/3, 3/5, 5/8, 8/13, 21/34, 34/55..., которые отвечают парам чисел Фибоначчи, расположенным рядом.

Есть все основания констатировать существование у растений определенного типа изменчивости числа и расположения органов, который математически описывается рядом чисел Фибоначчи, «содержащим алгоритм закономерно изменяющегося шага дискретиости — кванта числа органов», как писал В. Шмидт. Растения развиваются явно «по Фибоначчи», стремясь к некоторому пределу, к гармонической организации. Отношение чисел в двух рядах приведенных формул филлотаксиса в пределе стремится к величинам 0,618034... или 0,381966..., то есть к частям целого, разделенного на две части по правилу золотой пропорции.

При изменении формулы листорасположения изме-

няется и угол расхождения листьев. Формула 1/2 характеризует двурядное расположение листьев под углом 180° друг от друга. При формуле филлотаксиса 1/3 угол между листьями будет 120°, а при формуле 2/5 — 144° и т. д. В предельно мыслимом случае, когда отношение чисел в формуле листорасположения будет отвечать золотой пропорции — 0,38196..., угол расхождения листьев станет равным 137°30'28", который был назван «идеальным» углом, или углом золотой пропорции (360° : : 137°30'28" = Φ^2). Установлено, что при расположении листьев под «идеальным» углом ни один лист не будет располагаться точно над другим, чем создаются наилучшие условия для фотосинтеза.

В явлении филлотаксиса, как в фокусе, сконцентрированы многие важнейшие закономерности строения и развития организмов, отражена сущность самой жизни. Филлотаксис объединяет в органически целое: 1) принцип роста (членения целого на части) в соответствии с рядом чисел Фибоначчи, 2) спиральность развития, 3) винтовую симметрию (которая проявляется от строения ДНК и РНК до раковин моллюсков и тела человека), 4) осцилляцию по закону маятника, 5) единство непрерывного и дискретного в развитии (даже иголки хвои растут не непрерывно, а скачками), 6) единство целочисленного и иррационального отношения частей в целом и т. д.

Все это причудливо переплетено в строении и развитии каждого растения, каждого живого организма, принимает различные формы, множа разнообразие объектов жизни и удерживания его в некоторых рамках, обусловленных существованием общих для всего живого законов развития.

Казалось бы, загадка филлотаксиса разрешена: цель — наибольшая целесообразность, средство — дискретное изменение числа листьев на один цикл по правилу ряда чисел Фибоначчи. Но это лишь одна из гипотез. Существуют и другие. В 1954 году А. Фрей-Вислинг обратил внимание на тот факт, что угол расхождения между аминокислотными остатками в цепях некоторых полипептидов подчиняется тем же правилам, какие обнаружены в листорасположении, то есть числам Фибоначчи и «идеальному» углу. Причину этого он видит в возможности таким путем более эффективно заполнить пространство.

Выяснение одних вопросов в науке неминуемо ставит

новые — таково развитие науки. В результате исследований растений выяснилось, что многовершинные графики получаются не только при учете числа органов, но даже их размеров. Вот какой график получил советский ученый М. Магомед-Мирзаев в 1968 году, замеряя длины хвоинок у сосны. Вместо, казалось бы, очевидного, непрерывного изменения длины обнаруживаются пики максимумов, указывающие на явно выраженные признаки дискретности, квантованности роста. Расстояние между пиками на графике характеризуют величину «квантов роста». Подобные многовершинные графики были получены и при изучении размеров других органов растений, например, длины венчиков.

Следовательно, и рост растений носит непрерывно-дискретный характер; растения подчинены внутренней квантованности роста. Здесь проявляются еще мало изученные закономерности временно́й организации развивающихся растений. При неизменных и благоприятных внешних условиях интенсивность роста изменяется во времени: периоды интенсивного роста сменяются периодами относительного покоя, стабильности состояния. Можно предполагать, что в длительностях периодов роста также будет проявляться некоторая закономерность, которая, возможно, связана с развертыванием ряда чисел Фибоначчи во времени. Ведь в развитии растений есть начало и конец, есть качественное различие стадий роста, его направленность к некоторому конечному состоянию.

Воистину природа оказывается однообразной (и потому единой!) в проявлении своих фундаментальных закономерностей. Найденные ею «наиболее удачные» решения распространяются на самые различные объекты, на самые разнообразные формы организации. Непрерывность и дискретность организации исходит из двуединства материи — ее корпускулярной и волновой природы, проникает в химию, где дает законы целочисленной стехиометрии, химические соединения постоянного и переменного состава. В ботанике непрерывность и дискретность находят свое специфическое выражение в филлотаксисе, квантах дискретности, квантах роста, единстве дискретности и непрерывности пространственно-временной организации. И вот уже в числовых соотношениях органов растений появляется «принцип кратных отношений», введенный А. Гурским, — полное повторение основного закона химии.

Осень. На охлажденную землю падают пожелтевшие листья. Широкие, ярко окрашенные, словно вырезанные талантливым художником ажурные листья клена так красивы, что трудно остаться равнодушным и пройти мимо, не взяв несколько листов для осеннего букета. Каждый кленовый лист — это целая поэма, это визитная карточка дерева, где записана на языке природы вся его родословная.

Лист клена расчленен на острозубые сегменты, зубцы. Отчетливо выделяется пять крупных зубцов (рис. 19). Что это? Проявление симметрии пятого порядка? Едва ли, скорее всего это ее реликты. Ведь все

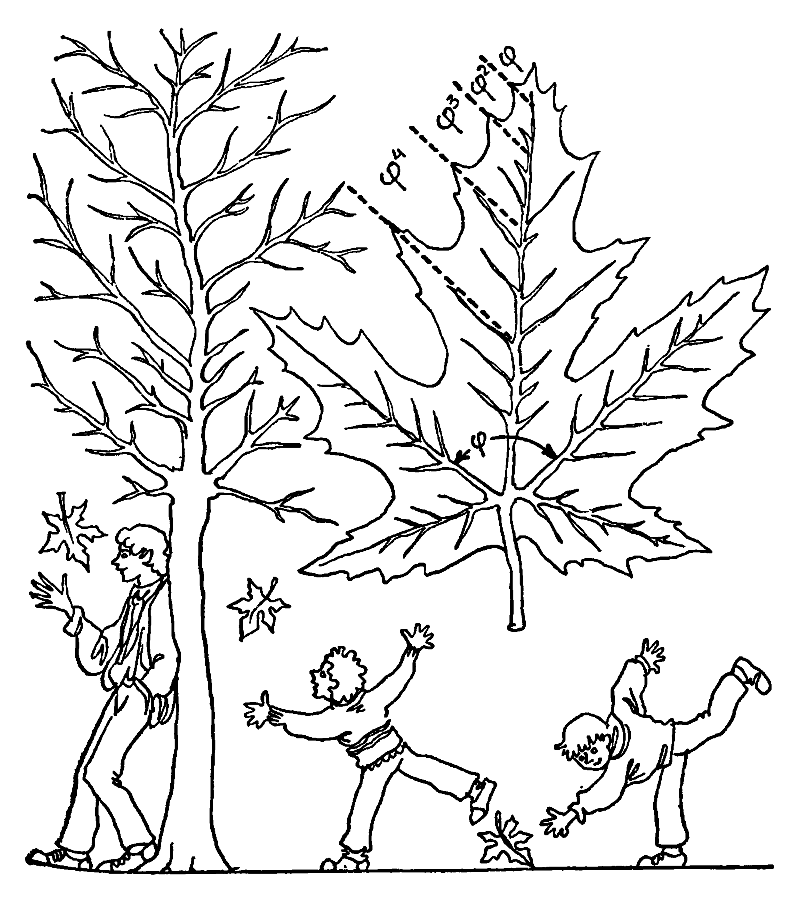


Рис. 19

зубцы сосредоточены на одной половине листа, поэтому лист обладает только плоскостью симметрии, проходящей через середину центрального зуба.

Судя по расположению прожилок листа, его формирование состояло в образовании одновременно не пяти зубцов, а последовательно — сначала три зубца, а затем образовалось еще два боковых. Следовательно, «идея» строения листа клена состояла не в осуществлении оси симметрии пятого порядка, а в членении листа в соответствии с числами Фибоначчи.

Но на этом членение листа клена не окончилось. На каждом из пяти больших частей — зубцов листа образовались остроконечные выступы — более мелкие зубцы. Это результат членения второго порядка. Число зубцов второго порядка обычно варьирует широко от 2—3 до 8—10. Но наиболее часто встречается по 2, 3, 5 зубцов на каждой стороне сегмента. Характерно, его членение второго порядка очень часто происходит в нарушение симметрии: число вторичных, более мелких зубцов очень часто неодинаково по обеим сторонам крупных зубцов, особенно боковых, а отвечает числам 2 и 3, 3 и 5, то есть числам Фибоначчи.

Встречаются листья клена с членением третьего порядка: на зубцах второго порядка образуется несколько мелких острых выступов, обычно только на одной стороне более крупного зубца. В строении листа клена отчетливо проявляется борьба двух начал — симметрии и асимметрии, столь характерная для всего живого. Стремление к симметрии очевидно, оно прежде всего видно в листе клена и во многих других листьях. Но законы роста «по Фибоначчи» взламывают эту симметрию, диктуют свое строение, свою структуру.

А теперь рассмотрим систему прожилок на кленовом листе. Она так похожа на кровеносную систему человека, а последняя — на речную систему водораздела. Не в этом ли вновь проявляется преемственность функций и форм от неживой к живой природе?! Прожилки листа также образуют три генерации: пять главных лучевых прожилок расположены по центру главных зубцов, от них отходят боковые (в количестве 6—15), а от последних — наиболее тонкие прожилки, напоминающие капилляры тела человека.

Боковые прожилки листа клена прямые, как будто построенные по линейке, отходят от центральной прожилки, образуя угол, близкий к 40°. Может быть, и этот

угол не случайный, а отвечает определенной математической идее, является такой же «константой» листа клена, как углы между гранями кристаллов? Может быть, не случайно отношение этого угла к прямому довольно точно отвечает $\sqrt{5}$? А число «пять», как мы уже писали, «любимое» число всего живого.

В кристаллографии, изучающей геометрию кристаллов, известен закон постоянства углов между гранями. Это один из фундаментальных законов кристаллографии; в многообразных формах кристаллов установлены критерии постоянства, константы неизменности. Возможно, что и в строении различных организмов существуют подобные законы постоянства — их еще предстоит открыть. Но эти законы должны отражать специфику живого, его отличие от мира неживой природы. Вполне возможно, что угол в 40° и отражает эту специфику, ведь он тесно связан с числом 5, $\sqrt{5}$.

Очевидно, не случайно так много цветов растений содержат по пять лепестков, демонстрируя всему миру симметрию пятого порядка. Посмотрите, например, справочник лекарственных растений. Почти у всех из них цветы имеют симметрию пятого порядка. Но в природе нередко встречаются растения, цветы которых имеют по 3, 4, 6, 8, 10 и более лепестков. В процессе эволюции природа перебирала различные варианты, отбирала лучшие. Предпочла цветы с симметрией пятого порядка, но и другие свои находки не выбросила, нашла им достойное применение. Разве тюльпан менее красив от того, что у его цветов только шесть лепестков, в то время как у ромашки... попробуйте сосчитать.

Золотая пропорция в строении листа проявляется не только в его членении в соответствии с рядом чисел Фибоначчи. Проявляется она и в размерных соотношениях листа. Прожилки и зубцы листа клена, например, расположены по закону уменьшения размеров от центра к периферии листа. Это отчетливо видно на приведенном рисунке кленового листа. Указанный ряд размеров отвечает ряду золотой пропорции: Φ, Φ^2, Φ^3, ... Как видим, «визитная карточка» клена довольно обстоятельная, а ведь мы еще не прочли ее полностью!

Для изучения растений нет нужды даже выходить из квартиры. Возьмите обыкновенную луковицу и поставьте ее в стакан с водой. Пройдет несколько дней, и в верхней части луковицы появятся зеленые побеги, а

в воду опустятся белые нитевидные корни. Через неделю на столе у вас будет зеленеть кустик стреловидных листьев лука, а весь стакан заполнится нитями корней. Подсчитайте число перьев лука, выросших из каждого побега, и убедитесь, что оно равно 3, 5, 8, то есть числам Фибоначчи. Число корневых нитей равно или близко к 21 и 34, то есть также отвечает числам Фибоначчи.

ОТ ПЧЕЛЫ ДО ГОРИЛЛЫ

Природа показывает, что она одинаково богата, одинаково неисчерпаема в произведении как самых выдающихся, так и самых ничтожных творений.

И. Кант

Мир живой природы удивительно разнообразный: только животных насчитывают миллионы видов. Это потрясающий своими масштабами калейдоскоп всевозможных форм — от ажурных микроскопических раковин до гигантских млекопитающих, от неуклюжих «примитивных» крокодилов до изящных бабочек и стрекоз. Казалось бы, что между ними общего? Разнообразие живых организмов разобщает их, дробит живую природу на множество представителей, между которыми так много различий и так мало общего. Но общее есть, оно должно быть, ибо только оно делает живую природу единой, органически целой, объединяет ее в самоорганизующуюся систему. Нужно искать общее в разнообразном. Еще Шарль Монтескьё говорил: «Интеллект есть способность находить разницу в сходном и сходство в различном». Если природа едина, то и законы гармонии, ею управляющие, также должны быть едиными.

Присмотритесь внимательней к рыбе, обыкновенной речной или озерной рыбе, и вы увидите, что чешуйки расположены на ее теле строго упорядоченно, изогнутыми рядами. Уж очень напоминает это расположение чешуек рисунок на поверхности сосновых шишек или семян подсолнечника. Подсчитав числа спиралей с чешуйками на теле рыб, можно убедиться, что они также отвечают числам Фибоначчи или очень близки к ним. Так, у панцирной щуки на теле расположено 55 рядов

чешуек, а у севрюги, осетра на боковой поверхности тела расположено 34 ± 1 окостеневших роговых пластин с шипами. Значит, и в мире животных проявляются закономерности филлотаксиса? Еще в прошлом веке С. Швенденедер писал о «филлотаксических» спиралях чешуи рыб и пресмыкающихся. Совершенный филлотаксис наблюдается у гидр: возникновение новых почек по стволу тела гидры происходит по спирали с фибоначчиевыми углами расхождения. По принципу филлотаксиса расположены органы у медуз. Ученые отмечают наличие характерных спиралей в строении костной ткани и мышечной ткани сердца человека, отвечающих идее филлотаксиса.

Филлотаксис, золотая пропорция и числа Фибоначчи взаимосвязаны, поэтому числа Фибоначчи должны проявляться в морфологии различных организмов, в членении целого на части. Рассмотрим некоторых представителей мира животных, насчитывающих семь типов и миллионы различных видов.

Коралловые рифы — это царство экзотических животных. Здесь морские звезды и ежи, осьминоги, каракатицы, причудливые рыбы. Шевелятся щупальца коралловых полипов. Целый подкласс образуют восьмилучевые коралловые полипы. Вокруг рта этих полипов располагается венчик из 8 щупальцев, а полость рта делится на 8 частей перегородками. Ползет по дну песчаной отмели осьминог — у него 8 длинных щупальцев. Уж не родственник ли он коралловому полипу? Проплывают кальмары, у которых также 8 щупальцев.

Многие медузы, сифонофоры, радиолярии также отличаются членением на 8 симметричных частей. Но еще большим распространением пользуются морские организмы с осью симметрии пятого порядка. Здесь морские звезды и морские ежи, морские лилии, асцидии, бластоидеи.

Зайдите в зоологический музей и остановитесь у витрин, где расположены раковины различных моллюсков. Какое разнообразие форм, какое совершенство архитектурных сооружений! Следует признать, что моллюски были отличными зодчими и математиками; их известковые сооружения прочны, ажурны, построены математически строго закономерно, по четкому плану. Многие раковины имеют спиралевидную форму: от раковин крохотных микроскопических размеров до громадных ис-

копаемых аммонитов, достигавших размеров около двух метров.

В истории Земли существовала эпоха, когда господствующими организмами Земли были аммониты. Затем они вымерли, уступив место организмам другой, «более прогрессивной» формы, и спиралевидный план развития сохранился у ограниченного числа животных. Раковины некоторых современных моллюсков имеют форму логарифмической спирали. В ней отрезки ОА, ОВ, ОС, ОД..., проведенные из центра, образуют геометрическую прогрессию, для которой справедливо равенство ОА/ОВ = = ОВ/ОС = ОС/ОД = ... = n. Во многих раковинах величина n равна золотой пропорции Ф = 1,618..., в этом случае каждое расстояние между завитками равно сумме двух последующих (при направлении к полюсу). Такая спираль отвечает закону гармонического возрастания.

Но там, где появилась золотая пропорция, следует искать и фисла Фибоначчи. Спиральные раковины фораминифер состоят из камер. Как указывает советский ученый С. Петухов, если описать расположение камер дробью, в знаменателе которой указано число полных оборотов, которое надо совершить для того, чтобы попасть из одной камеры в другую, расположенную точно над ней, а в числителе — число камер, которые надо при этом пройти, то получаемые дроби оказываются представленными числами Фибоначчи: 3/1; 2/1; 5/2. У некоторых моллюсков с конической раковиной образованы швы или наплывы; в их расположении также проявляются числа Фибоначчи. Раковины фораминифер делятся на 13 частей, раковина шпорцевой улитки из Японии имеет 8 шпор. Раковина наутилуса состоит из камер, число которых равно или близко 34.

Ископаемые раковины брахиопод имеют ребристость, причем число ребер равно 34. Ребра имеются и на корпусе крохотных раковин тектакулитов, и их число также равно 34. Тело наутилоидей, похожих на многоэтажные конические башенки, делится на 13 частей. Из 13 частей состоит и раковина фораминиферы мимозины. По краям изящной небольшой раковины из Индийского океана, пятнистой как леопард ципреи, расположены мелкие белые выступы, напоминающие зубы. Их число равно 21. Раковина гигантской тридакны, способной намертво схватить ногу человека, собрана в пять складок. Совершенно очевидно, что многие моллюски в конструк-

ции своих известковых домиков предпочитали числа 5, 3, 13, 21, 34. Как видим, у раковин, как древних, так и овременных, проявляются закономерности спирального ›оста, чисел Фибоначчи и золотой пропорции.

Вы лежите на берегу Азовского моря. Ярко сияет іетнее солнце, на ослепительно белый пляж набегают юлны, перекатывают ракушки, отчего воздух наполнен шуршанием. Это прекрасно — лежать на пляже и смот- ›еть в голубое небо, где медленно проплывают бело- нежные редкие облака. Но не будьте ленивы, присмот- ›итесь к тому, что вас окружает. Еще небезызвестный Козьма Прутков говорил: «Бросая камешки в воду, мотри на круги, ими образуемые, иначе твое занятие танет пустым времяпрепровождением».

Присмотрись, читатель, к ракушкам, на которых ты юзлежишь, позабыв о времени. Здесь их бесконечно íного, этих маленьких изящных творений природы. Когда-то они служили домиками для маленьких моллюс- ков, уютными домиками, которые они выстроили сами, ыстроили, используя в качестве строительного мате- иала морскую воду. Да, да, ту самую морскую воду, юлны которой щекочут сейчас твои пятки. Моллюски цавно уже погибли, а их домики будут существовать ысячелетия. Посмотри, как совершенны эти сооруже- ния из известняка. Правильная геометрическая форма, ладкая внутренняя поверхность, где покоилось тело юллюска, и рифленая наружная поверхность. Такие ыступы-ребра на поверхности конструкций инженеры іазывают ребрами жесткости — они резко повышают рочность конструкции. Вот почему эти тонкостенные ракушки обладают столь высокой прочностью; моллюс- ки были неплохими инженерами.

А теперь пересчитайте число таких «ребер жестко- ти» у первой, взятой наугад ракушки — получилось 21. Возьмите вторую, третью, пятую, десятую ракушку, и у всех будет 21 ребро на поверхности. Видно, моллюс- ки были не только хорошими инженерами, они «знали» еще и числа Фибоначчи. «Знали» они и формулу спира- ли. Посмотрите, как изящными спиралями расходятся ребра. Половинка раковины, ее раствор хорошо вписы- ваются в эллипс с соотношением размеров, в среднем очень близких к 1, 4, что отвечает $\sqrt{2}$, то есть диагонали квадрата.

Понадобились века и труд сотен и тысяч ученых,

чтобы расшифровать форму раковин моллюсков, выразить ее простыми математическими формулами, произвести расчет прочности конструкции, ее жесткости, определить закон роста. Каким же образом простейшие организмы моллюсков, лишенные даже примитивного разума, могли «знать» все это? А впрочем, зачем им «знать»? Они умели не зная. Но разве это возможно? Разве можно уметь, не зная? Ведь знание — это чертеж, план действий, какой-то закодированный набор информации. Другое дело — можно знать не осознавая (ибо нет сознания). Но знания должны быть, в каком-то виде или форме они должны находиться в теле моллюска, в его клетках.

Идея спирали не могла быть плодом обучения, взаимодействия со средой, она должна была находиться в моллюске, быть его неотъемлемой частью, его сущностью, без этой идеи рост моллюска станет областью хаоса и сделается невозможным. Идея спирали должна находиться в клетках моллюска как атрибут жизни. Но ведь и клетки росли по какому-то плану, по той же идее спирали, значит, и клетки получили ее в наследство от структур более низкой организации, по-видимому, от структуры молекул белков и носителей генетического кода — молекул ДНК и РНК. «Знание» моллюска заключено в его генетическом аппарате, а значит, в каждой клетке. В процессе роста число клеток растет, растет и объем информации, которую они содержат. Мы знаем только начало (молекулы ДНК, гены, хромосомы) и конец — развитие взрослого организма, но не знаем, как развертывается этот информационный ряд, по какому закону растет в объеме и изменяется качественно эта информация. Но вот что характерно: носители информации — молекулы ДНК и РНК — имеют структуру двойной спирали. Уже на этом уровне организации живого появилась спираль, определившая рост молекул ДНК и РНК. По-видимому, все последующие уровни развития живого унаследовали этот важнейший принцип структурной организации.

Характерно, что идея спирали выражена в раковинах не приближенно, не «в общих чертах», а в совершенной геометрической форме, в удивительно красивой, «отточенной» конструкции. Посмотрите на ажурную раковину улитки с ее тонкостенной конструкцией: это же шедевр инженерной, архитектурной мысли. Какая экономия

средств! Потрачено минимальное количество материала, и создан вместительный, прочный и легкий дом для улитки. Создан ею «собственноручно».

Пятилучевые морские звезды стали классическим (хрестоматийным) примером пятерной симметрии в живой природе. Осей симметрии пятого порядка нет в «мертвой» природе, например, среди минералов, а в мире растений и животных они есть. Этот парадокс еще не нашел убедительного научного объяснения. Пятилучевые морские звезды, цветы с пятью лепестками остаются загадкой природы.

Где-то в глубинных слоях эволюции живого, а может быть, в самой первооснове его, зародилась симметрия пятого порядка, которая передавалась от одного уровня организации к другому как эстафета самого характерного признака жизни, ее таинственного магического символа.

Но ведь морские звезды бывают не только пятилучевыми. Известны морские звезды, у которых число лучей больше пяти. В Тихом океане живут звезды астериден с 8 лучами, а звезда соластер солнцеподобный имеет 9 лучей. В Тихом и Атлантическом океанах встречается звезда мохнатая с 13 лучами, а в коралловых рифах Индийского океана звезда акантастер с 19 лучами. Известна морская звезда гелиастер (подсолнух) с 33 лучами, а у пламенистой звезды Атлантического океана число лучей достигает 55.

Похоже, что число лучей у морских звезд отвечает ряду чисел Фибоначчи или очень близко к ним и равно 5, 8, 13, 21, 34, 55.

Естественно возникает вопрос: не отвечает ли эволюция морских звезд, последовательность образования различных видов числу лучей в них, развернутому ряду чисел Фибоначчи — от звезды с 5 лучами — самой древней, к звезде с 55 лучами — самой молодой? Но если число лучей у морских звезд отвечает числам Фибоначчи, то оно обусловлено членением целого на части, усложнением организмов, а пятерная симметрия организма является уже не первопричиной организации, а лишь следствием из членения организма по закону чисел Фибоначчи. Число лучей в морских звездах отражают не различные оси симметрии (от 5-го до 55-го порядка?!), а различные дискретные стадии членения тела звезд в процессе их эволюции. И уже на членение по закону Фибоначчи накладывается закономерность сим-

метрии, придающая звездам геометрически правильную, симметричную форму.

Следует отметить, что среди морских звезд редко, но встречаются виды с 6, 7, 10 и другим числом лучей. Трудно оценить эти примеры: свидетельствуют ли они о проявлении разнообразия в морфологии морских звезд или это переходные формы, промежуточные числа в ряду Фибоначчи, свидетельство эволюции морских звезд — непрерывной и скачкообразной. Тогда звезды с 6, 10, 19 и т. д. лучами следует оценивать как промежуточные, переходные, неустойчивые формы, образовавшиеся в процессе эволюции и не получившие широкого распространения, это результат мутаций, непрекращающихся поисков новых решений?

Рост раковин по спирали ограничивает разнообразие конструкций, форм, оставляя лишь несколько вариантов: размер, число витков, профиль камеры. Очевидно, это было тупиковым направлением в эволюции организмов и привело к их вырождению. Вымерли гигантские аммониты, их эра ушла в прошлое. Им на смену пришли организмы, чей рост и эволюция определялись членением на части в соответствии с развертыванием ряда чисел Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 и т. д. Рост «по Фибоначчи» открыл значительно бóльшие возможности для возникновения разнообразных организмов. В членении «по Фибоначчи» выражена и геометрическая прогрессия роста (с показателем, равным золотой пропорции), и симметрия подобия, и единство непрерывной и дискретной организации. На смену примитивным моллюскам пришли более сложные организмы и прежде всего членистоногие.

Древние членистоногие имели сильно расчлененное тело, состоящее из сходных по строению сегментов. В процессе эволюции тело разделилось на отделы: головной, грудной и брюшной. Наиболее примитивными среди ископаемых членистоногих были трилобиты. Тело их состояло из головы и брюшка, разбитого на множество сходных сегментов. Число сегментов у различных трилобитов изменяется от 2 до 42. Эта характеристика строения очень непостоянная. Однако изучение этих животных позволяет выделить несколько предпочтительных значений, тяготеющих к числам 5, 8, 13, 21.

Значительно устойчивее организация у древних скорпионов (которые мало отличаются от современных). У них пять пар конечностей, туловище состоит из двух

частей — брюшка и хвоста; на брюшке выделяется восемь сегментов, на хвосте — пять. У скорпионоподобных (из силурской системы) брюшко делится на тринадцать сегментов.

Современные членистоногие очень разнообразны. В них выделены классы ракообразных, ракоскорпионов, пауков, многоножек, насекомых. Из ракоскорпионов в настоящее время сохранился мечехвост. У него пять пар конечностей, пять пар шипов на брюшке, пять сегментов на груди. У лангуста также пять пар ног, на хвосте пять перьев, брюшко делится на пять сегментов, а каждая нога состоит из пяти частей.

В панцире всех современных крабов тринадцать пластин. В наши дни поступило интересное сообщение о необычном сообществе морских животных. На глубине 2,5 км в районе Восточно-Тихоокеанского хребта вблизи подземных выбросов горячей минеральной воды обнаружено сообщество необычных животных, которые обходятся в своей жизнедеятельности без продуктов фотосинтеза (что еще недавно считалось невозможным!). Среди них обнаружен и плотоядный краб, панцирь которого состоит всего из восьми пластинок, как и у его сородичей, живших миллионы лет назад.

Несмотря на разнообразие насекомых, в строении их много общего. Тело насекомых состоит из головы, груди и брюшка. Грудь обычно состоит из трех сегментов. К груди крепятся три пары ног и две пары крыльев. У многих пауков пять пар конечностей, каждая коиечность состоит из пяти частей, а брюшко делится на восемь сегментов. У некоторых насекомых брюшко состоиг из восьми сегментов, имеется три пары конечностей, состоящих из восьми частей, а из ротового отверстия выходят восемь различных усикоподобных органов.

У нашего хорошо знакомого комара — три пары ног, брюшко делится на восемь сегментов, на голове пять усиков — антенн. Личинка комара членится на 12 сегментов. У мухи капустной брюшко членится на пять частей, имеется три пары ног, а личинка разделена на восемь сегментов. Каждое из двух крыльев разделено тонкими прожилками на восемь частей.

Гусеницы многих насекомых членятся на 13 сегментов, например, у шкуроеда, мукоеда, козявки мавританской. У большинства жуков-вредителей гусеница членится на 13 сегментов. Очень характерно строение ног у жуков. Каждая нога состоит из трех частей, как и

у высших животных, — из плечевой, предплечья и лапы. Тонкие, ажурные лапы жуков членятся на пять частей.

«Порхающими цветами» называют бабочек — этих удивительных созданий природы. Их крохотное тело несут громадные по площади, ярко окрашенные крылья. Крыльев, как правило, две пары. Они неодинаковы и по размерам, а часто и по форме и по окраске. На крыльях тонкие прожилки, которые делят площадь крыльев на несколько долей. В первой, большей паре крыльев таких долей, как правило, 9, а во второй, меньшей паре — по 7. В этом проявилась определенная асимметрия строения, членение отошло от числа 8 в сторону увеличения у одной пары крыльев и в сторону уменьшения — во второй. Брюшко у бабочек членится на 8 сегментов. У многих бабочек соотношение размеров грудной и брюшной части тела отвечает золотой пропорции.

Бабочки очень разнообразны как по форме, так и по окраске. У бабочки снежно-белой веерницы на теле 5 пар крыльев. Летней ночью, когда в комнате горит свет, часто влетают ночные бабочки. Они более скромно окрашены. Сядет такая бабочка на шкаф или стену — ее и не увидишь сразу: едва заметный серенький треугольник. Интересно, что, сложив крылья, ночная бабочка образует правильный равносторонний треугольник. Но стоит развести крылья, и вы увидите тот же принцип членения тела на 2, 3, 5, 8 частей. Тело бабочки разделено на три части, а брюшко — на 8 сегментов. На крыльях по 8 тонких жилок. Три пары конечностей и две пары крыльев крепятся к грудной части тела.

На территории нашей страны широко распространены бабочки семейства пяденицы. Пяденица великолепная отличается яркой и необычной окраской: общий тон крыльев желтовато-зеленый или оливковый, а краевая часть их окаймлена широкой белой полоской с равномерно расположенными на ней черными линиями, напоминающими черные клавиши рояля. На каждом крыле можно насчитать по 13 таких черных линий.

Если бабочки считаются по праву королевами мира насекомых, то стрекоз следует отнести к принцессам. Их ажурные, прозрачные, невесомые крылья — это шедевр «инженерного» мастерства природы. Какие же пропорции положены в основу конструкции этого крохотного летательного мускулолета?

Отношение размаха крыльев к длине тела у многих стрекоз равно 4/3. Тело стрекозы делится на две основ-

иые части: массивный корпус и длинный тонкий хвост. В корпусе выделяется три части: голова, грудь, брюшко. Брюшко разбито на пять сегментов, а хвост состоит из восьми частей. Сюда еще необходимо добавить три пары ног с их членением на три части. Нетрудно увидеть в этой последовательности членения целого на части развертывание ряда чисел Фибоначчи. Длина хвоста, корпуса и общая длина стрекозы связаны между собой золотой пропорцией: отношение длин хвоста и корпуса равно отношению общей длины к длине хвоста. Неудивительно, что стрекоза выглядит столь совершенной, ведь она создана по законам золотой пропорции. Создание летательных аппаратов потребовало от природы особо высокого мастерства!

Нет сомнения, что в эволюции членистоиогих, в членении их тела на части основным принципом, руководящей идеей была реализация закона роста «по Фибоначчи», развертывание ряда чисел 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... . Для всех животных этого типа характерно наличие парных органов, определивших симметричность строения, выделение трех областей тела — головы, груди, брюшка, членение конечностей на 3 и 5 частей, а брюшка — на 8 сегментов. Очевидно, это наиболее характерная черта морфологии насекомых, основная особенность эволюции этих животных. В организмах этого типа утвердился и стал определяющим принцип роста и развития по закону ряда чисел Фибоначчи, а следовательно, и по золотой пропорции.

Невольно возникает мысль, что живая природа в своем развитии от наиболее простых ко все более сложным по конституции организмам стремилась к некоторой цели, к наиболее гармоничной организации, и критерием этой гармонии является золотая пропорция. Но золотая пропорция является иррациональной, то есть несоизмеримой величиной, а в строении тел организмов участвует конечное, сравнительно небольшое число частей, органов. Эволюция живого происходила путем развертывания спирали развития, воплощенной в числах Фибоначчи. Ведь соотношения рядом расположенных чисел этого ряда все время колеблются, как бы совершают процессию около значения золотой пропорции и по мере развертывания этого ряда все ближе приближаются к этой иррациональной величине. Это бесконечный процесс движения к гармонии, как бесконечно

долго многие процессы в природе стремятся к равновесию и никогда его не достигают.

До сих пор остается неясным — почему природа не остановилась в своей эволюции на членистоногих, почему не наделила их разумом и не сделала владыками планеты? Можно предположить, что на других планетах насекомые взяли реванш, утвердив себя высшими организмами на планете, наделенными разумом, не уступающим разуму людей. А на Земле новый виток эволюционной спирали привел к появлению на планете рыб, земноводных, пресмыкающихся.

Вид черепахи на фоне покрытого трещинами такыра — явление удивительное. Какое поразительное сходство структуры трещин этой рассохшейся глинистой породы и рисунка на панцире черепахи! Разум не хочет примириться с мыслью, что это всего лишь результат длительного приспособления черепах к привычному месту их обитания, результат редких, но многочисленных мутаций, результат бесчисленного количества «проб и ошибок», приблизивших рисунок панциря к рисунку такыра (а ведь такой же рисунок на панцире сохранился и у морских черепах, которые с такыром давно не связаны).

В центре панциря большое овальное поле с крупными сросшимися роговыми пластинами, а по краям — кайма из более мелких пластинок. Возьмите любую черепаху — от близкой нам болотной до гигантской морской, суповой черепахи — и вы убедитесь, что рисунок на панцире у них аналогичный: на овальном поле расположено 13 сросшихся роговых пластин — 5 пластин в центре и 8 — по краям, а на периферийной кайме около 21 пластинки (у чилийской черепахи по периферии панциря точно 21 пластина).

На лапах у черепах по 5 пальцев, а позвоночный столб состоит из 34 позвонков. Нетрудно заметить, что все указанные величины отвечают числам Фибоначчи. Следовательно, развитие черепахи, формирование ее тела, членение целого на части осуществлялось по закону ряда чисел Фибоначчи.

У ближайшего родственника черепахи — крокодила туловище также покрыто роговыми пластинками-шипами. У гавиалового крокодила Малайского архипелага вдоль туловища расположено 55 роговых пластин-реликтов членения тела. На теле кавказской носатой гадюки расположено 55 темных пятен. Очевидно, и здесь прояв-

ляются все те же числа Фибоначчи. Не случайно в скелете габонской гадюки насчитывается 144 позвонка.

Высшим типом животных на планете являются млекопитающие. Многие черты строения своих организмов они унаследовали от далеких предков — земноводных, пресмыкающихся и даже насекомых. Так, принцип членения конечностей у них тот же, что и у насекомых, а на лапах или руках пять пальцев, как и у ящеров, черепах, крокодилов. Особенно характерно строение скелета млекопитающих, число костей в различных частях тела. Число ребер у многих видов животных равно или близко к тринадцати. У совершенно разных млекопитающих — кита, верблюда, оленя, тура — число ребер составляет 13 ± 1. Число позвонков меняется очень сильно, особенно за счет хвостов, которые могут быть различной длины даже у одного и того же вида животного. Но у многих из них число позвонков равно или близко к 34 и 55. Так, 34 позвонка у гигантского оленя, 55 — у кита.

Скелет конечностей домашних животных состоит из трех тождественных костных звеньев: плечевой (тазовой) кости, кости предплечья (голени) и кости лапы (стопы). Стопа, в свою очередь, состоит из трех костных звеньев. В скелете передней лапы верблюда и крупного рогатого скота содержится по 13 костей, а у тапира и свиньи по 22 кости. В процессе эволюции пятипалые конечности сильно видоизменились, но их число осталось неизменным у саламандры и крокодила, морской черепахи и летучей мыши, кита и крота, у обезьян и человека.

Число позвонков у многих домашних животных равно или близко 55, у овцы, в зависимости от длины хвоста, число позвонков изменяется от 35 до 55. У многих животных число пар ребер равно 13 или близко к этой величине. Грудная кость содержит 7 ± 1 элемент.

Число зубов у многих домашних животных тяготеет к числам Фибоначчи: у кролика 14 пар, у собаки, свиньи, лошади — 21 ± 1 пара зубов. У диких животных число зубов изменяется более широко: у одного сумчатого хищника оно равно 54, у гиены — 34, у одного из видов дельфинов достигает 233.

Число костей в грудных конечностях свиньи, собаки, кошки, кролика составляет 80—90, то есть тяготеет к числу 89. Общее число костей в скелете домашних животных (с учетом зубов) у одной группы близко

к 230, а у другой — к 300. Следует учесть, что в число костей скелета не включены маленькие слуховые косточки и непостоянные косточки. С их учетом общее число костей скелета у многих животных станет близким к 233, а у других — превысит 300.

Как видим, членение тела, сопровождавшееся развитием скелета, характеризуется дискретным изменением числа костей в различных органах животных, и эти числа отвечают числам Фибоначчи или очень близки к ним, образуя ряд 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233. Эволюция скелета животных происходила как непрерывно, так и дискретно в соответствии с развертыванием ряда чисел Фибоначчи.

Советский ученый С. В. Петухов обратил внимание на то, что схемы опорно-двигательных аппаратов разных позвоночных животных удивительно похожи. Общим здесь для всех позвоночных животных является принцип трехчленного строения конечностей, который возник около 300 млн. лет назад в девонском периоде.

Автор провел многочисленные замеры конечностей животных, причем в основу замера был взят блок из трех звеньев АВ, ВС, СК, концами состыкованных друг с другом. На основании замеров были рассчитаны так называемые вурфовые пропорции, равные отношению (С — А) (Д — В) / (С — В) (Д — А). Если вместо точек А, В, С, Д взять последовательный ряд чисел Фибоначчи, то в пределе получим величину, равную $Ф^2/2 = 1,309...$ Полученную предельную величину Р вурфовой последовательности автор назвал золотым вурфом. Нетрудно видеть, что она отвечает отношениям в ряду золотых пропорций 1 — 1,618... — 2,618... — 4,236...

С. В. Петухов рассчитал вурфовые пропорции на музейных экспонатах стопоходящих (еж, крот, белка, бобер, медведь и др.), пальцеходящих (волк, лисица, тигр, кот и др.), парнокопытных (лось, бегемот, коза, жираф, слон и др.), непарнокопытных (кулан, зебра), рукокрылых (летучая мышь). Величина вурфовой пропорции оказалась в среднем близкой к 1,3, отклонение в большинстве случаев не превышает $\pm 3\%$. Были произведены замеры вурфовых пропорций пальцев некоторых человекообразных обезьян, средняя величина их вурфа также близка к 1,3, то есть отвечает золотому вурфу. У птиц вурфова пропорция систематически ниже 1,31, что объясняется воздействием функционального фактора на строение тела птиц.

Автор пришел к выводу, что строение конечностей различных животных происходило под воздействием двух основных факторов: законов золотой пропорции или филлотаксиса и приспособлением организма к образу жизни и функционированию. Законы золотой пропорции определили основной план, основную идею конституции конечностей, а конкретные условия существования каждого животного обусловили отклонение — флуктуации — от этого плана, все многообразие строения существующих видов.

В процессе эволюции происходило усложнение организмов, увеличение количества частей тела, количества костей в скелете. Характерным примером может служить эволюция ихтиозавров — древних ящеров триаса. Число костей в их конечностях было равным 34, а стало близким к 55, причем в первом случае было три ряда костей, а во втором — пять рядов.

В этом процессе членение организмов совершалось не только непрерывно, на основе мутаций и приспособления к среде, но и явно дискретно, скачками, следуя как бы в соответствии с некоторым «планом» эволюции. Похоже, что этим «планом» развития был рост «по Фибоначчи», возрастание числа частей тела в соответствии с развертыванием ряда чисел Фибоначчи. И неудивительно, что эти числа так часто господствуют в морфологии самых различных животных.

Ряд чисел Фибоначчи определяет общий план развития организмов, эволюции видов. Но развитие живого осуществляется не только скачками, но и непрерывно. Организм любого животного находится в постоянном изменении, постоянном приспособлении к среде своего обитания. Мутации наследственности нарушают стройный план развития, выработанный миллионами лет эволюции, вносят изменения в строение каждого органа, в число элементов членения целого на части. И неудивительно, что при общем преобладающем проявлении чисел Фибоначчи в развитии организмов часто наблюдаются отклонения от этих дискретных величин — «мутации дискретности». Это не ошибка природы, а проявление подвижности организации всего живого, его непрерывного — то замедленного, то ускоренного — изменения.

Разнообразие мира живых организмов поражает воображение. До сих пор даже не удалось пересчитать все виды растений и животных, обитающих на планете. Но

в разнообразии живого должны присутствовать элементы простого, некое связующее начало. Путь эволюции живых организмов огромен, в его начале — простейшие одноклеточные организмы, в его вершине — человек. Но корни жизни уходят глубже — в зарождение первых молекул ДНК и РНК, белков, аминокислот. Но и они возникли не «на пустом месте», а в конечном итоге — из неживой материи, и в ней надо искать корни жизни, унаследованные от неживой материи закономерности.

В основе организации неживой материи лежат простые (по стехиометрии) химические соединения, трехмерные кристаллические формы с прямолинейным расположением атомов в пространстве.

В живой природе все несравненно усложнено; в молекулах содержатся уже не единицы и десятки, как в минералах, а тысячи и сотни тысяч атомов, прямолинейные формы уступили место криволинейным. Но в чем-то живое сохранило унаследованную от неживой материи простоту организации. В морфологии господствуют целочисленные соотношения компонентов (примером чего может служить филлотаксис). И не случайно размеры (габариты) многих организмов, листьев, семян отвечают отношениям небольших целых чисел: 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3, 3 : 4 и т. п.

Так, отношение размеров у большинства куриных яиц равно 4 : 3 (у некоторых 3/2), семечек тыквы — 3 : 2, арбузных семечек — 3/2. Отношение длины сосновых шишек к их диаметру оказалось равным (для группы деревьев, изученных автором) 2 : 1. Размеры березовых листьев в среднем очень близки к $1 : \sqrt{2}$, а желудей — 5 : 2. Случайность это или закономерность?

Можно возразить, что эти отношения размеров неточные, что любое число можно выразить в виде отношения двух чисел, дело лишь в точности. Возражение резонно. Но ведь неразумно ожидать от размеров семян или листьев такие же точные соотношения, как в кристаллах минералов. Вариации размеров различных объектов живой природы отражают одну из сторон конституции организмов, одну из их характерных особенностей. Семена растений отличаются значительно большей стабильностью размеров и форм, чем, например, листья или цветы. Но и в их пропорциях должно быть нечто стабильное, то, что определяет основной принцип пространственного строения, некий чертеж, план, конструк-

торскую идею. Вполне вероятно, что в основе такого «чертежа» и лежат целочисленные пропорции.

Казалось бы, между растениями и животными «дистанция огромного размера», это два царства, два различных типа организмов. Но ведь и растения и животные принадлежат к живой природе, они составляют одно целое — биосферу — и у них общие далекие предки — древнейшие одноклеточные организмы. Естественно ожидать, что у них будут общими и некоторые основные закономерности организации и роста, некоторые «наиболее удачные» изобретения природы. По-видимому, к таким общим принципам организации организмов, основы их морфологии и развития, относятся закономерности золотой пропорции, чисел Фибоначчи и спирали роста.

Эти изначальные закономерности обнаруживаются на самых ранних этапах эволюции живого, в строении клетки и ее компонентов. Филлотаксис растений происходит с образованием спиралей вокруг главных осей. Но и развитие зародыша у позвоночных животных, в том числе у человека, происходит также со спиральной закруткой вокруг главной оси, что обусловливает асимметрию тела человека и животных.

СИМФОНИЯ ЗЕМЛИ

Главной целью всех исследований внешнего мира должно быть открытие рационального порядка и гармонии, которые Бог ниспослал миру и открыл нам на языке математики.

Иоганн Кеплер

Рассмотрим Землю в целом, как космическое тело, которое формировалось миллиарды лет и пришло к состоянию глобальной самоорганизации, в основе которой лежит деятельность биосферы. Ее поверхность покрыта водой и сушей.

Площадь океанов близка к 62%, остальная поверхность планеты занята материками и морями. Случайно ли, что отношение этих двух основных образований, определяющих вид планеты, рельеф земной коры и ее сложную геоморфологическую жизнь, отвечает золотой пропорции?

Очевидно, нет. За длительный период эволюции,

длившийся около 4,5 миллиарда лет (а по мнению других — значительно больше), структура планеты должна была достичь некоторого оптимального значения, некоторой гармонии, которой, по-видимому, и отвечает существующее отношение площади океанов и материков. В нем отражены еще не познанные законы самоорганизации Земли.

Британский ученый Дж. Лавлок предложил рассматривать Землю как космическую живую самоорганизующуюся систему. Все ее части, вся совокупность ее компонентов находятся в состоянии подвижного равновесия, в состоянии интенсивного изменения, адаптации. Современное состояние планеты, ее структура и организация — это не результат игры случайностей, а итог целенаправленного, самофокусированного изменения под воздействием биосферы, это результат превращения «мертвой» совокупности первичных элементов в высокоорганизованное образование, превращение планеты в гигантский космический организм.

Как в теле человека кровь осуществляет перенос веществ по всему организму, обеспечивая обмен веществ, создание новых структур, выведение шлаков и т. п., так и разветвленная система водных артерий производит перенос веществ на планете, питание растений, очистку почв, перенос веществ. Солнечный насос, как сердце, перегоняет воду, поднимая ее с поверхности океана в атмосферу, и затем орошает дождем поверхность биосферы. Вся система водоснабжения — от просачивания воды по капиллярам почвы и пропитывание пород, до образования мелких ручейков, речушек и громадных водных артерий — разве все это не напоминает кровеносную систему человека и других высших организмов Земли?

Если бы в воздухе Земли было 25% кислорода, а не 21, как сейчас, то лес мог бы гореть под дождем, считает Дж. Лавлок. А если бы кислорода было бы всего 10%, то не горела бы даже сухая древесина. Похоже, что 21% кислорода в нынешней атмосфере величина не случайная, а результат жизнедеятельности биосферы, итог самоорганизации планеты.

Э. М. Сороко пришел к выводу, что состав атмосферы Земли отражает требования гармонической организации систем. Для сухого воздуха, содержащего (в процентах) 78,88 азота, 20,95 кислорода, 0,93 аргона, 0,031 углекислого газа, он рассчитал по своей методике

значение избыточности как меры организации субстрата. Это значение равно 0,683, что является инвариантом золотой пропорции.

Земная кора сложена горными породами осадочного и магматического происхождения. За долгую историю Земли происходило образование разнообразных магматических пород. Сейчас их выделено семь основных типов и многие десятки разновидностей. Но среди них преобладают две группы пород — кислые (граниты, гранодиориты) и основные (габбро, базальты), остальные встречаются в десятых долях процента. В различные геологические эпохи преобладало образование тех или иных пород. Возникает естественный вопрос: являлось ли образование магматических пород «игрой случая», непредвидимым сочетанием бесчисленного количества факторов или же подчинялось некоторой фундаментальной закономерности, некоторой «цели», «стремлению» к гармонической, наиболее целесообразной организации?

Для ответа на этот вопрос необходимо рассмотреть состав земной коры, содержание в ней магматических пород различных типов, установившееся к настоящему времени. Такой анализ трудно выполнить для всей поверхности Земли, но для отдельных регионов он сделан.

Для территории Советского Союза геологом С. П. Соловьевым были получены следующие величины: 61% послекембрийских пород составляют кислые, а 38,5 — основные породы. Для магматических пород всех возрастов кислые породы составляют 62,2%, а основные — 34,7. Отношение содержания кислых пород к основным равно 1,6 для докембрийских пород и 1,66 для послекембрийских. В пределах точности расчета эти отношения отвечают золотой пропорции. Не здесь ли проявляется основной принцип построения земной коры, основанный на гармоническом соотношении кислых и основных магматических пород?!

В земной коре находятся все известные элементы. Казалось бы, число химических соединений, образовавшихся на поверхности Земли и в ее недрах, должно быть очень большим. Так, по расчету, сочетание 90 химических элементов Земли дает 10^{28} простейших соединений. Однако в действительности число минералов — природных химических соединений Земли не достигает и 2000. Почему же столь велико расхождение между теоретически рассчитанным и существующим в действи-

тельности числом минералов Земли? Это объясняется двумя основными причинами.

Всего шесть химических элементов Земли составляют 96—98% общего числа всех атомов. На долю остальных приходятся крайне небольшие содержания; многие элементы находятся в очень рассеянном состоянии. Кроме этого, в процессе химической эволюции Земли происходил «естественный отбор» — сохранялись лишь немногие химические соединения, наиболее устойчивые в тех или иных геологических условиях. И в результате земная кора сложена из весьма ограниченного числа минералов.

Число найденных минералов с каждым годом увеличивается, ученые открывают все новые и новые виды. В 1860 году было известно всего 546 минералов, в 1891-м—644, в 1966-м—1296 и в 1982-м — 1967 минералов. Характерно, что распределение известных минералов по структуре сохраняется при этом довольно постоянным, несмотря на длительный период изучения. Эту особенность распределения минералов по структуре советский ученый И. Шафрановский назвал «законом сохранения количественных отношений минералов по их симметрии».

Анализ распределения минералов по структуре дает основание предполагать наличие некоторого предельного, истинного распределения минералов Земли, к которому приближаются статистические данные при увеличении числа найденных в природе минералов. Это дало основание теоретически рассчитать распределение минералов Земли по их структуре, представив его в виде ряда небольших целых чисел.

За основу структуры минералов взяли их сингонию. Сингония характеризуется определенным набором элементов симметрии: осей симметрии и плоскостей. Известно семь сингоний: 1) триклинная, 2) моноклинная, 3) ромбическая, 4) тригональная, 5) тетрагональная, 6) гексагональная и 7) кубическая. Степень симметрии кристаллов возрастает от первой до седьмой, самой совершенной, кубической сингонии. Теоретическое распределение минералов Земли по сингониям отвечает ряду чисел (в скобках указано процентное содержание минералов каждой сингонии): 3 (7,5); 12 (30,0); 9 (22,5); 4 (10,0); 4 (10,0); 3 (7,5); 5 (12,5). Это теоретическое распределение очень близко к фактическому (по данным

на 1982 год); отклонение составляет в среднем всего 0,3 процента.

В соответствии с указанным теоретическим распределением, на триклинную+моноклинную сингонии приходится 37,5% минералов, на высшую — кубическую — 12,5%, а на все остальные сингонии — 50% минералов от их общего числа. Этому соотношению минералов точно отвечает пропорция 3:1:4. Вероятно, такое простое целочисленное распределение минералов и отражает объективную закономерность природы.

Из этого следует, что соотношение минералов первых двух сингоний к остальным (от 3-й до 7-й) равно 3:5, а отношение этих последних к сумме всех минералов — 5:8. Нетрудно видеть здесь соотношения чисел Фибоначчи и проявление золотой пропорции. Не в ней ли заключен основной принцип распределения минералов Земли по их структуре?

Очевидно, установленное за долгий период химической эволюции Земли распределение минералов по группам симметрии оказалось наиболее целесообразным, отвечающим гармонии Природы, основам ее самоорганизации. Можно ожидать, что и в других природных образованиях также проявится вездесущая золотая пропорция и ее ближайший родственник — числовой ряд Фибоначчи. Рассмотрим важнейшее природное образование, возникшее при взаимодействии земной коры, гидросферы, атмосферы и биосферы, а именно — почвы.

Толщина почвенного покрова на поверхности Земли ничтожно мала — всего около одной миллионной части ее диаметра. Это очень малая толщина в сравнении с планетой. Если взять для сравнения яблоко, то толщина кожицы составляет приблизительно одну тысячную долю от диаметра яблока. А относительная толщина почвенного покрова в сравнении с кожицей яблока тоньше еще в тысячу раз!

И вот на этой тонкой пленочке почвы, покрывающей материки нашей планеты (да и то не сплошь, а местами), сосредоточены бесчисленные организмы: миллионы видов растений и животных. Почва дала жизнь этим организмам, без почвы они не могли бы существовать, но и организмы своей жизнедеятельностью сформировали почвенный покров, сделали его пригодным для жизни. И теперь, как и в классической задаче о курице и яйце, — трудно сказать, что же возникло раньше: поч-

вы или различные организмы. Наверное, все же организмы появились раньше, ведь они могли поселиться на почвенном покрове, мигрируя из водоемов, где впервые образовались, как считают многие ученые. Но может быть и не так. Возможно, что первые простейшие организмы образовались в тот далекий период, когда на поверхности Земли еще не было водной оболочки, а преобладали изверженные горные породы, порожденные активной вулканической деятельностью. Зародились на коре выветривания магматических пород и начали активно изменять эти породы, образуя первые почвы. Не случайно в наши дни появилась гипотеза о зарождении жизни в глинах.

Известно очень много различных видов (типов) почв. Это особенно отчетливо видно при движении с севера на юг. Скудные почвы тундр сменяются лесными почвами, затем — черноземом, а на юге — каштановыми, бурыми и песчано-пустынными. Изменяется состав почв, их продуктивность, характер растительности на них.

С севера на юг изменяется не только состав почв, изменяется и мощность почвенного покрова. Почва не однородна по своему составу и свойствам. В ней выделено три слоя. Верхний, гумусовый, слой (А) образуется в результате обогащения вещества почв продуктами биохимического превращения растительных и животных остатков. Ниже его расположен переходный, подгумусовый слой (В), а под ним — измененная почвообразующая горная порода (слой С).

Советский ученый И. Степанов с сотрудниками изучил профили почв нашей страны — от Карского моря до пустыни Каракумы — и обнаружил удивительную закономерность. Оказалось, что мощности горизонта А равны в среднем 5 см в пустынном светлоземе, 8 см — в серо-бурой почве, 13 — в бурой полупустынной, 21 — в светло-каштановой, 34 — в темно-каштановых почвах, 55 — в черноземе обыкновенном и 89 — в черноземе выщелоченном, самом мощном. Затем от выщелоченного чернозема в направлении к тундровым почвам мощность слоя А вновь начинает уменьшаться к серым лесным и подзолистым почвам и от них к тундровым в последовательности 55, 34, 21, 13, 8 и 5 см.

Установленная И. Степановым последовательность изменения мощности гумусового слоя почв отвечает ря-

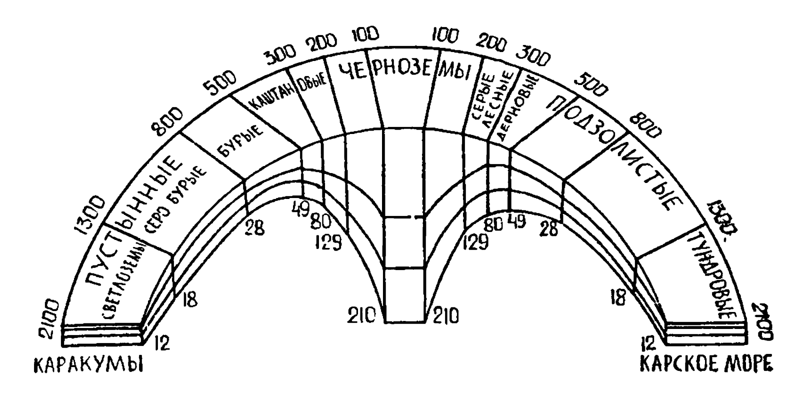


Рис. 20

ду чисел Фибоначчи, расположенных симметрично относительно наиболее мощного слоя — выщелоченного чернозема. В установленном ряду мощность каждого почвенного горизонта равна сумме двух мощностей предыдущих типов почв, а отношение мощностей слоя А расположенных рядом почв отвечает золотой пропорции. Закономерно изменяются и соотношения мощности слоев А, В, С в различных почвах. Установлено, что отношения мощностей А/В и В/С в среднем близки 1,3 и очень незначительно отклоняются от этой величины (рис. 20).

Как известно, величина 1,3, называемая «вурфовым числом», является фундаментальной и тесно связана с золотой пропорцией. А. Стахов установил существование нескольких золотых сечений, среди которых имеется и величина 1,324 (подробно об этом написано в четвертой части книги).

Установленные закономерности различия слоев А, В и С в почвах свидетельствуют о высокой степени упорядоченности структур почвенного покрова, подчиненной симметрии подобия и золотой пропорции. Наличие двух рядов почв, по 7 в каждом ряду, симметричных относительно мощных черноземов, дало основание И. Степанову сравнить горизонтальную зональность почв с нотами в музыкальной октаве. Каждая почва, как нота звукоряда, повторяется через семь других основных типов почв — звуков октавы. Эту зависимость он назвал «законом почвенных октав». Структура почвенного покрова Земли настолько гармонична, считает И. Степанов, что ее можно «сыграть». Для этого

профили и горизонты почвы необходимо представить в виде мотивов, затем сгруппировать их в многоголосье и с помощью операции симметрии привести в непрерывное движение.

Следовало ожидать, что и другие характеристики различных типов почв также в той или иной степени будут подчинены закономерностям золотой пропорции. Наличие связи геометрической модели почвенного покрова с вещественным составом почв и их продуктивностью также было установлено И. Степановым с сотрудниками. Подвергнув статистической обработке многочисленные литературные данные, ученые установили, что содержание в различных почвах фосфора, калия и азота, а также продуктивность растительности образуют зеркально-симметричный ряд. Максимальное значение этих характеристик приурочено к центру модели — мощным черноземам. К северу и югу они убывают в последовательности, подчиненной числам Фибоначчи, то есть с интервалом в 1,6.

Другие показатели почв (водопрочность почвенных агрегатов, влажность, число грибов) также образуют зеркально-симметричный ряд с интервалом 1,3, что отвечает золотому вурфу.

Даже по отражательной способности света почвы делятся на ряд, характеризуемый числами Фибоначчи: 3% — чернозем мощный, 5 — чернозем обыкновенный, 8 — темно-каштановая почва, 13 — светло-каштановая, 21 — бурая полупустынная, 34 — серо-бурая, 55 — такырная пустынная (светлозем). Приведенная И. Степановым модель отражательной способности идеализирована, она выражает общий принцип изменения этой характеристики почв. В реальных почвах различных типов ее величина может отличаться от модельной, как, впрочем, и другие рассмотренные выше характеристики состава и свойств, но основная закономерность, ведущий принцип Фибоначчиевого ряда чисел сохраняется.

Что же является причиной установленной зеркально-симметричной зональности почвенного покрова? Ответа на этот вопрос пока еще нет. Ведь и в вопросе происхождения почв, их свойствах, связи с коренными породами еще очень много неясного. Очевидно, причину установленных закономерностей следует искать в механизме самоорганизации природных объектов, но он еще очень мало изучен. Подчинение структуры и свойств почв числам Фибоначчи сближает их с биологическими объек-

тами, с живыми организмами, почвы выступают не как «мертвые» геологические образования, а как некоторое подобие живых организмов. Развитие почв, рост почвенного покрова, его продуктивность и другие характеристики подчиняются тем же законам, что и рост организмов, их внутреннего строения, жизнедеятельности — тем же числам Фибоначчи. Разве это не свидетельствует о принадлежности почв к биосфере, о генетическом единстве почв и организмов?

Обратимся вновь к химическому составу почв. В нем обычно учитывается содержание не более 15 элементов. Их сочетание образует разнообразные типы почв. Содержание отдельных элементов в каждом типе почв изменяется очень значительно — иногда от долей процента до десятков процентов. Все изменчиво в почвах — от химического состава до цвета, физических свойств, плодородия и мощности покрова. Что же взять в основу классификации почв? Какая характеристика их состава и свойств наиболее стабильна или изменяется строго закономерно от одного типа почвы к другому? Без такой характеристики очень трудно разобраться в природном разнообразии почв, научиться «понимать» почвы и разумно их использовать.

Среди химических элементов наиболее стабильным оказалось содержание кислорода, оно изменяется всего на 7% — от 58% в тундровых почвах до 65 в песчаных, пустынно-степных. Примерно так же изменяется и состав магматических горных пород — от ультраосновных до кислых — гранитов. По этой характеристике состава почв они повторяют магматические горные породы. В рассмотренном интервале содержания кислорода располагаются все остальные типы почв — от тундровых на севере до пустынно-песчаных на юге.

Существуют некоторые особенности в химизме почв различных типов. Так, по И. Степанову, в пустынных почвах характерно высокое содержание натрия и калия, в полупустынных — магния и кальция, в черноземах — углерода, в лесных — азота и фосфора, в подзолистых — серы, в арктических — хлора. Указанные элементы, определяющие «лицо» каждого типа почв, образуют интересный ряд: K, Na, Ca, Mg, P, C, S, N, Cl. Этот ряд начинается с типичных металлов и оканчивается типичными неметаллами. Для количественной оценки «степени металличности» каждого элемента в химии применяют специальную характеристику — электроотри-

цательность, которую ввел известный химик Л. Полинг. Чем меньше величина электроотрицательности атома, тем больше в нем выражена способность к передаче своих валентных электронов. И наоборот, элементы, которые предпочитают присоединить валентные электроны в химических взаимодействиях, обладают большими значениями электроотрицательности.

Указанному ряду элементов отвечает следующий ряд их электроотрицательности 0,82; 0,93; 1,0; 1,31; 2,19; 2,55; 2,58; 3,04; 3,16. Следовательно, в почвах — от пустынных до тундровых — происходит характерное увеличение содержания электроотрицательности элементов. Но в этому ряду почв, как показано выше, снижается содержание кислорода — от 65% в пустынно-степных до 58 — в тундровых, а снижение содержания кислорода приводит к снижению электроотрицательности почв; ведь кислород обладает высокой электроотрицательностью, равной 3,44. Следовательно, увеличение концентрации в почвах электроотрицательных элементов как бы компенсирует, нивелирует снижение концентрации кислорода в этих почвах. Не в этом ли проявляется своеобразный механизм химической самоорганизации почв — сложных химико-биологических систем? Ведь электроотрицательность почвы является важнейшей характеристикой ее химических свойств, например, кислотности-щелочности. И наверное, не случайно электроотрицательность различных типов почв очень стабильна, она составляет в среднем 2,84±0,02, при столь значительном колебании содержания различных элементов.

Разнообразны не только почвы, но и еще более ландшафты, порожденные рельефом, климатом, типом почв и видом растительного покрова. От почти безжизненных пустынь, оживающих только в период дождей, до непроходимых зарослей тропической сельвы, от ровных как стол степей Херсонщины до скалистых ущелий Кавказа. Какое разнообразие ландшафтов, какой контраст! Но всюду, даже в арктической тундре и в горах Памира проявляется жизнедеятельность биосферы, всюду существует растительность, каждый ландшафт характеризуется определенной биологической продуктивностью, обычно выражаемой в центнерах фитомассы на гектар.

Биологическая продуктивность различных ландшафтов подчиняется географическим закономерностям. По данным советских ученых Н. Базилевича и Л. Родина,

различные типы ландшафтов и соответствующей растительности характеризуются следующей биологической продуктивностью (ц/га):

Ландшафты	Фитомасса
1. Субтропические и тропические пустыни	менее 25;
2. Арктические пустыни, арктические тундры, пустыни умеренного пояса, солончаки	25—50;
3. Тундры	125—250;
4. Лесотундры	500;
5. Степи, горные луга, пампы, ксерофитные редколесья и саванны	125—1500;
6. Три подзоны тайги	3000—4000;
7. Широколиственные и субтропические леса	4000—5000;
8. Влажные вечнозеленые леса Бразилии	15 000—17 000.

Примем за единицу биологической продуктивности 25 ц/га. Тогда биологическая продуктивность указанных восьми типов ландшафтов выразится следующими числами: 1, 1—2, 5—10, 20, 120—160; 5—60, 160—200, 600—640.

В этом ряду возрастающих от 1 до 640 величин прослеживается близость к ряду чисел Фибоначчи 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 144, 233, 610. Сходство не очень точное, но ведь и деление на ландшафты укрупненное, и продуктивность охватывает широкий спектр значений. И все же эта близость продуктивности растительного покрова и чисел Фибоначчи едва ли случайна. Очевидно, здесь проявляется та же закономерность, что и в строении, составе и продуктивности различных почв, установленная И. Степановым. Биологическая продуктивность ландшафтов изменяется не только непрерывно, в пределах устойчивости экологических систем, но и дискретно, от одного уровня — типа жизнедеятельности — к другому, в соответствии с развертыванием ряда чисел Фибоначчи.

Конечно, установленные соответствия характерных почв и ландшафтов числам Фибоначчи не являются случайными. В них заключены общие закономерности развития биосферы, которая является в целом системой живой, а не мертвой природы и поэтому должна подчиняться тем же закономерностям развития, что и отдельные организмы.

Почвенные образования, как и все природные тела, имеют определенную форму, начальную точку формо-

образования, связанную с происхождением этих тел. Так, созданные селями почвенные тела берут свое начало в месте выхода водно-грязевого потока из горного ущелья на равнину; почвы, сформированные тающим льдом,— в местах отложения отступающим ледником.

Многие почвенные отложения имеют на поверхности ветвящуюся форму. Они берут свое начало на возвышенностях, откуда под действием силы тяжести почвообразующий материал перемещается, «стекает» вниз по склонам, образуя конусы выноса. Чем выше холмы или горы, тем мощнее потоки и отложения у их подножий. Постепенно криволинейные формы преобразуются в ветвящиеся почвенные системы. Между структурой горных бассейнов и структурой конуса выноса образуется определенная связь. Обе структуры во многом подобны, они образуют некоторую зеркальную симметрию подобия. Конфигурация в плане речного бассейна в значительной степени повторяет основные черты соответствующего горного бассейна. И. Степанов пришел к выводу, что отношение длины водосборного бассейна горной реки к протяженности порожденного им конуса выноса равно золотой пропорции. Какими-то неведомыми путями сведения о количестве и характере расположения горных рек передаются на равнину, где формируется симметрично-подобный рельеф.

Ученые давно обратили внимание на асимметричность нашей планеты. Расположение материков и океанов на поверхности планеты, наличие различных аномальных областей на ней крайне неравномерно и не отвечает ее шарообразной форме. Ряд авторов статистически показали, что параллели с широтами примерно 35° и 55° обладают особыми свойствами, к ним приурочены различные образования и аномалии. Эти данные обобщили в своей работе советские ученые Б. Л. Личков и И. И. Шафрановский. Отмечено, что горные цепи располагаются главным образом на параллели 35°—40° в Северном полушарии, а на 30°—35°-х параллелях в океанах наблюдаются полосы наиболее соленой воды. На параллели 35° отмечено существование затропических барометрических максимумов.

Авторы работы отмечают, что угол в 54°44′08″ играет исключительно важную роль в кристаллографии. Этому углу отвечает полярное расстояние для граней октаэдра и тетраэдра, а они являются важнейшими формами кристаллов кубической сингонии.

При анализе этих данных невольно напрашивается еще одна аналогия. Ведь в прямоугольном треугольнике с углами 36°, 54° и 90° отношение углов равно 5 : 3 : 2, а отношение большого катета к гипотенузе равно половине золотой пропорции. Не в этих ли соотношениях и заключается необычная роль 35-й и 55-й параллелей нашей планеты? Может быть, и в этой организации Земли проявилась золотая пропорция?

Следует напомнить читателю еще некоторые факты, изложенные в начале книги. Как показано, углы в 36° и 54° установлены в пентаграмме, которая буквально «нашпигована» золотой пропорцией, Земля же, по представлениям ряда ученых, имеет форму шара, в который вписан пентадодекаэдр и икосаэдр. Если признать эту гипотезу правомерной, нужно искать причину существования аномальных широт в геометрии этих двух многогранников, образующих какие-то, еще не известные, силовые поля. Московские ученые Н. Гончаров, В. Макаров и В. Морозов установили, что линии ребер этих многогранников на карте Земли совпадают со многими океаническими хребтами, планетарными разломами коры и зонами активных поднятий и опусканий. В вершинах пентадодекаэдра расположены таинственные области, аналогичные Бермудскому треугольнику. В вершинах многогранников оказались центры всех мировых магнитных аномалий, места зарождения ураганов, центры аномальных атмосферных давлений. В этих же узлах системы оказались многие древние очаги культуры, в частности, город Киев. Возможно, что многогранная форма планеты объясняет и существование особых параллелей на ее поверхности.

Следует остановиться на одной интересной находке археологов, имеющей отношение к рассматриваемой теме. Во Вьетнаме и во Франции нашли изделия непонятного назначения из золота и бронзы. Они имеют форму пентадодекаэдра, на вершинах которого расположены шарики. Что это? Забавная игрушка, причудливое ювелирное украшение или модель нашей планеты? Или это памятник древней, погибшей цивилизации? Эту загадку еще предстоит разгадать.

Развитие Земли длилось около 4,5 миллиарда лет. Это время непрерывной, то ускоренной, то замедленной эволюции, катаклизмов, восходящего кругооборота веществ. В результате столь длительной жизни должна же Земля прийти к чему-то определенному, к некоторо-

му еще непонятному, но конкретному состоянию подвижного равновесия, внутренней гармонии?

Но состоянию равновесия в структуре отвечает симметрия, а в химической организации — целочисленному соотношению компонентов. Эти закономерности должны проявляться в различных аспектах организации планеты и ее эволюции. Нужно искать их, изучать. «Ищущий да обрящет».

Геологическая эволюция Земли носила циклический характер; периоды бурной вулканической деятельности сменялись периодами относительно спокойной тектонической активности. Периодический характер носило и образование осадочных пород, развитие биосферы. Все это позволило выделить в истории развития планеты несколько геологических эр и периодов. Их границы развертываются в прошлое в следующий ряд чисел, отвечающих 70, 225, 600, 950, 1700, 2600, 3500 и 4500 миллионам лет. Следует отметить, что приведенные геохронологические границы не очень точны и, по данным различных ученых, могут отличаться на десятки миллионов лет. Это переломные, кризисные «годы» в биографии нашей планеты, характеризующие переходы в качественно новое состояние.

Указанные «переходные возрасты» Земли обнаруживают черты рекуррентных рядов и близки числам Фибоначчи: 1, 3, 8, 13, 21, 34, 55, 89, развернутым из настоящего в прошлое. Они отражают основную фундаментальную закономерность эволюции нашей планеты — ее непрерывно-дискретный характер и нарастание тектонической активности с течением времени. С увеличением возраста Земли в единицу физического времени (определяемого количеством оборотов Земли вокруг Солнца) происходило все больше событий, собственное геологическое время планеты непрерывно ускорялось.

Свидетельством «уплотнения» событий в эволюции Земли является и увеличение разнообразия организмов. По данным палеонтологов, количество видов растений составляло:

в девоне	— 12 тыс.;
в карбоне	— 27 —»—;
в пермо-триасе	— 43 —»—;
в юре	— 60 —»—;
в палеоген-неогене	— 100 —»—;
сейчас	— 500 —»—.

Указанная последовательная численность видов растений также обнаруживает признаки рекуррентности и близко отвечает следующему ряду чисел: 1, 2, 3, 5, 8 (42), близкому к числам Фибоначчи.

Установлены и другие интересные количественные закономерности в историческом развитии Земли. Как известно, с течением времени этапы осадконакопления сокращаются. Как показал геолог А. Л. Гроздилов, по ряду регионов Земли рубежами крупнейших этапов осадконакопления являются: 3600, 3025, 2500, 2025, 1600, 1225, 900, 625, 400, 225, 100, 25 млн. лет. Указанные рубежи этапов можно изобразить в виде выражения $T = 25 \cdot 10^6 \cdot n^2$, где $n = 1, 2, 3, ...12$. Получился ряд чисел геометрической прогрессии, развернутых из настоящего в прошлое. Спираль геологических событий жизни Земли не разворачивалась во времени, а наоборот, закономерно сворачивалась. Здесь отчетливо проявилось явление самофокусировки эволюционного процесса, ускорения событий на фоне свертывания физического времени.

Вновь мы встречаемся с двумя рядами чисел, с двумя механизмами развития: по Фибоначчи и по геометрической прогрессии. Очевидно, оба механизма развития сосуществуют, своеобразным образом взаимодействуют и в итоге отражают сложные процессы эволюции различных объектов природы — от отдельных организмов до планеты в целом.

Все в мире связано в единое начало;
В движенье волн — шекспировский сонет,
В симметрии цветка — основы мироздаиья,
А в пенье птиц — симфония планет.

Характер эволюционных спиралей различных аспектов развития Земли свидетельствует об определенной направленности этого процесса. Очевидно, в его основе непрерывное усложнение, упорядочение, стремление к гармонической организации. Но такой процесс характеризуется снижением энтропии как меры упорядочения (и, соответственно, снижение «хаотичности») систем. Следовательно, эволюция Земли характеризуется снижением энтропии. Не противоречит ли это второму началу термодинамики (и ее сакраментальному выводу о тепловой смерти Вселенной)?

Нет, конечно. Прежде всего потому, что второй закон термодинамики справедлив в полной мере лишь в отношении термодинамически изолированных систем, а

Земля таковой не является. Она активно взаимодействует с космосом и прежде всего с Солнцем. В конечном итоге облик планеты формируется Солнцем. Солнце определяет активность и направление разнообразных геологических процессов и биосферы, а решающая роль последней в эволюции планеты очевидна.

Энергия Солнца, которую поглощает Земля, расходуется в конечном итоге на процессы упорядочения, на снижение энтропии, что обеспечивает повышение «жизнеспособности» планеты, ее возможностей самоорганизации и удивительной глобальной экологической стабильности.

Выяснение общих фундаментальных закономерностей развития Земли как космического тела только начинается. Ученые различных профилей глубоко изучили различные стороны эволюции планеты, различные аспекты ее состава и структуры — от строения минералов до морфологии почв, от состава регионов до строения отдельных организмов. Сейчас актуальной задачей является объединение знаний, создание наднауки о Земле как органически цельной системе. Выявленные некоторые общесистемные закономерности, в частности те, что базируются на золотой пропорции, — только первые ласточки еще не наступившей весны научного ренессанса.

Еще не завершено строительство цельного здания научных знаний о Земле, а уже зародилась и делает свои первые шаги новая наука — планетология. На основе изучения особенностей развития планет Солнечной системы она призвана найти общие для всех планет закономерности развития. Найдется ли в них место для золотой пропорции и чисел Фибоначчи, покажет время. Уже сейчас делаются первые попытки в этом направлении.

МУЗЫКА НЕБЕСНЫХ СФЕР

Любая цивилизация, достойная так называться, занимается поиском истины.

М. Клайн

Возможно, что первым объектом, в котором человек стремился открыть законы бытия, законы гармонии, был небосклон. Здесь помещалось Солнце — источник света,

источник жизни, а ночью появлялась, изменялась в размерах и таинственно исчезала Луна; мерцали бесконечно далекие, наизменные и вечные звезды. Прикоснуться к их тайне — значит прикоснуться к тайне Вселенной, к тайне всего сущего, прикоснуться к вечности. Ведь, по представлениям многих древних народов, звезды представлялись неизменными, вечными. Человек рождался, жил, умирал, а звезды все так же бесстрастно сияли в черной бездне неба.

Позже установили, что некоторые из них движутся; открыли планеты. Их в то время было известно семь («священное» число «семь»!). Почему семь? Как они движутся в пространстве?

Уже давно человечество пыталось найти законы расположения планет Солнечной системы. Такую попытку предприняли и пифагорейцы, считавшие, что Земля имеет форму шара и расположеиа в центре Вселенной. Вокруг нее располагаются сферы с планетами, последней является сфера звезд. Пифагорейцы считали, что расстояния между сферами соответствуют музыкальным интервалам: от Земли до Луны — один тон, от Луны до Меркурия — полутон, от Венеры до Солнца — полтора тона и далее: тон — полутон — тон до сферы неподвижных звезд, отстоящей от Земли на октаву. Получалась полная аналогия музыкальной октавы. Предполагалось, что при вращении каждая сфера издает музыкальный тон, а вся система сфер образует гармонию — «музыку сфер».

Идея музыкальной гармонии Солнечной системы оказалась очень живучей. В своей основе она дошла до средних веков. В 1642 году, спустя две тысячи лет после Пифагора, Томас Браун писал: «Музыка есть повсюду, где есть гармония, порядок, пропорция, и до сих пор мы можем считать, что существует музыка сфер, так как упорядоченные движения и правильные интервалы, хотя и не воспринимаются слухом, но исполнены гармонии для нашего разума».

Возможно, что идея о всеобщей гармонии во Вселенной, выраженная образно пифагорейской «музыкой сфер», побудила И. Кеплера (1571—1630) искать закономерности в движении планет Солнечной системы. Он сопоставил периоды обращения планет с их расстоянием от Солнца (в относительных единицах). Для периодов обращения Меркурия, Венеры, Земли, Марса, Юпитера и Сатурна получился ряд чисел: 0,24; 0,615;

1,00; 1,88; 11,86; 29,457. Расстояние этих планет от Солнца выражалось рядом чисел: 0,387; 0,723; 1,00; 1,524; 5,203; 9,539. Возведя числа первого ряда в квадрат, а другого — в куб, он получил два практически одинаковых ряда чисел.

Так был установлен один из важнейших законов механики — третий закон Кеплера, который гласил: «Квадраты звездных периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит». Первый закон Кеплера устанавливал, что каждая планета обращается вокруг Солнца по эллипсу, в фокусе которого находится Солнце. По второму закону, радиусы-векторы планет за одинаковые промежутки времени описывают равные площади.

Научный метод познания восторжествовал над интуитивными построениями пифагорейцев. И. Кеплер математически точно сформулировал основные законы небесной механики, подтвердив тем самым свой научный принцип познания: «Главной целью всех исследований внешнего мира должно быть открытие рационального порядка и гармонии, которые Бог ниспослал миру и открыл нам на языке математики».

Идеи пифагорейцев сказались и на попытках И. Кеплера связать число планет с пятью многогранниками Платона таким образом, что сферы, описанные около многогранников и вписанные в них, совпадали с орбитами планет. В результате И. Кеплер получил следующую систему планет и многогранников: Меркурий — октаэдр — Венера — икосаэдр — Земля — додекаэдр — Марс — тетраэдр — Юпитер — куб — Сатурн. Характерно, что И. Кеплер поместил орбиту Земли между додекаэдром и икосаэдром. Какое удивительное совпадение с представлениями современных ученых, описывающих форму Земли сочетанием шара с додекаэдром и икосаэдром! Только ли случайное совпадение или здесь проявляется единство еще не познанных интуитивных методов познания природы, которыми пользовались ученые столь различных эпох?

Законы Кеплера объединили все планеты в единую стройную систему, где движение каждой планеты подчинено строгим математическим законам. Но они не объясняли индивидуального различия планет Солнечной системы, например, их масс, периодов вращения, расстояний от Солнца.

В 1766 году немецкий математик Даниель Тициус

установил правило, связывающее расстояние планет от Солнца, выраженное в астрономических единицах. Это расстояние можно рассчитать по простой формуле: $S = 0{,}4+0{,}3 \cdot 2^n$ (n=0, 1, 2, 3, 4,... — номера планет в системе). Числа ряда Тициуса образуют стройную систему, а расчетные величины очень близки к действительным (во времена Тициуса было известно шесть планет: от Меркурия до Сатурна). Математическая находка Тициуса привлекла внимание астронома Иоганна Элерту Боде, который много сделал для разъяснения и популяризации этого правила, оно впоследствии стало называться именем Боде — Тициуса.

В этом закономерном ряду чисел оказался пропуск между Марсом и Юпитером. «По расчетам» здесь должна быть планета, но ее не было. Вскоре астрономы обнаружили пояс астероидов, среднее расстояние которого от Солнца составляет 2,8 астрономической единицы — в полном соответствии с правилом Боде — Тициуса. Открытие в 1781 году Гершелем седьмой планеты — Урана, среднее удаление которой составляет 19,2 астрономической единицы, подтвердило правомерность правила Боде — Тициуса.

Казалось бы, правило это доказало свою полную справедливость. Расчетные величины расстояний планет от Солнца отличались от фактических в среднем всего на 2,5%. Однако правило Боде — Тициуса не получило физического истолкования, наличие степенной зависимости в формуле ряда не было объяснено. За 200 лет своего существования эта эмпирическая закономерность так и не получила твердой теоретической основы.

Открытие восьмой планеты Солнечной системы Нептуна с расстоянием от Солнца в 30,1 астрономической единицы не укладывалось в правило Боде — Тициуса. А расстояние от Солнца до девятой планеты — Плутона оказалось равным 39,65 а. е., что по правилу Боде — Тициуса должно было отвечать восьмой планете — Нептуну ($9{,}4+0{,}3 \cdot 128=38{,}8$). Характерно, что первые шесть планет Солнечной системы (включая пояс астероидов) расположены точно на тех расстояниях от Солнца, которые получаются по расчету. Для остальных планет фактические расстояния значительно отклоняются от расчетных, чем дальше от Солнца, тем меньше оправдывается правило Боде — Тициуса, закономерность как бы вырождается.

В наше время не прекращаются попытки найти об-

щие закономерности в расположении планет Солнечной системы, периодах их вращения. Советский астроном В. Чистяков, например, вычислил натуральные логарифмы наибольших (афелийных) расстояний планет от Солнца. Полученные величины очень точно легли на прямую линию. Открыта еще одна закономерность в расположении планет Солнечной системы? Возможно. Но вот что любопытно. Установленная В. Чистяковым закономерность опубликована в № 17 бюллетеня астрономического общества за 1956 год. И в этом же номере журнала помещена статья К. Домбровского, посвященная планетным расстояниям. По его мнению, Солнце и планеты можно рассматривать как некоторую колебательную систему, которая будет находиться в устойчивом состоянии неограниченно долгое время только в том случае, если периоды и амплитуды колебаний будут относиться как иррациональные числа.

В соответствии с выводами К. Домбровского расстояния планет до Солнца должны быть пропорциональны ряду чисел золотой пропорции $(\sqrt{5}+1)/2$; 0,38; 0,62; 1,00; 1,62, ... Сравнение радиусов орбит планет с расчетными величинами геометрической пропорции 1,618 показало наличие определенного соответствия. Средние отклонения расчетных значений радиусов орбит от фактических составило 6,7 процентов.

Аналогичные закономерности были установлены К. Домбровским при изучении расположения спутников Марса, Юпитера, Урана, Нептуна. Во всех системах расположение небесных тел на орбитах подчиняется степенной зависимости со знаменателем, равным золотой пропорции. Средняя ошибка, определяемая отношением расчетных и фактических радиусов, оказалась менее 2%. Очень неплохое соответствие расчетов фактическим данным.

Поиски закономерностей расположения и обращения планет Солнечной системы продолжаются. К. Бутусов в 1978 году рассчитал средние периоды обращения планет Солнечной системы и сопоставил их с геометрической прогрессией со знаменателем, равным золотой пропорции. Получилось очень точное соответствие. Найденная закономерность соблюдается с надежностью 95%, среднее отклонение расчетных данных от фактических составляет всего около 4%.

Из сопоставления величин видно, что отношение периодов обращения планет вокруг Солнца равны либо

Ф, либо $Ф^2$. Частоты обращения планет и их разности образуют спектр, подчиненный золотой пропорции. К. Бутусов приходит к выводу, что спектр гравитационных и акустических возмущений, создаваемых планетами, представляет собой аккорд, наиболее совершенный с эстетической точки зрения.

Похоже, что и в этом случае мы видим возрождение на научной основе «музыки сфер» пифагорейцев. К. Бутусов доказал математически, что при резонансе волн биения соседних планет отношение периодов принимает значение Ф или $Ф^2$ в зависимости от того, равен ли период биения сумме или разности периодов обращения этих тел. Указанные соотношения обеспечивают резонанс планет Солнечной системы, ее устойчивость.

В 1988 году журнал «Бюллетень изобретений» опубликовал описание открытия (диплом № 333), которое удостоверяет существование нового явления в природе — синхронизацию вращающихся тел. Как указано в описании открытия, «два или более роторов, которые могут свободно вращаться друг относительно друга и взаимодействуют посредством сколь угодно малых сил, зависящих от взаимного расположения роторов, обнаруживают тенденцию к вращению с одинаковыми или кратными средними скоростями, причем устанавливаются определенные фазовые соотношения между вращениями». Не напоминает ли Солнечная система эту систему синхронно вращающихся роторов? Не это ли явление обусловило синхронизацию периодов вращения планет, обеспечивающую устойчивость всей системы? Ведь и планеты, как и указанные роторы, «могут свободно вращаться друг относительно друга и взаимодействуют посредством сколь угодно малых сил».

Многие миллионы лет эволюции газопылевого облака, образовавшегося вокруг Солнца, привели к рождению крохотных (в сравнении с центральным светилом) комочков материи — планет. Какие же законы определили взаимное расположение планет, периоды их вращения вокруг Солнца и вокруг собственной оси, размеры эллиптических орбит? Какой могучий невидимый дирижер упорядочил это разноликое семейство в единый стройный ансамбль, создал великую симфонию сфер? Похоже, что этим дирижером космического ансамбля планет был резонанс.

Значение резонанса в природе и технике трудно переоценить. В технике явление резонанса учитывают при

расчете конструкций машин и других инженерных сооружений. Уже давно хрестоматийным примером разрушающего действия резонанса является некий мост в Петрограде, по которому «в ногу» прошла рота солдат, и мост рухнул под воздействием резонанса. Впрочем, не исключено, что это всего лишь один из исторических мифов. Явление резонанса лежит в основе гармонического сочетания звуков в музыкальных произведениях. Резонансу подчинены разнообразные биоритмы человеческого организма, работа его отдельных органов, например, биение сердца. Да и само ощущение человеком прекрасного, например, здания с гармоническими пропорциями, можно объяснить резонансом восприятия и собственных колебаний мозга, о чем будет сказано ниже.

В последние годы появилась гипотеза, объясняющая природу гармонических пропорций, в частности, золотой пропорции, явлением резонанса. Независимо один от другого советский ученый Р. Повилейко и болгарский — Кубрат Томов пришли к выводу об определяющей роли резонанса не только в устойчивости, прочности любых систем, но и в их гармоничности, красоте. Гармоничные пропорции живых организмов, обеспечившие их высокую жизнеспособность, по их мнению, обусловлены резонансом. Сложное соотношение собственных и внешних колебаний привело к изменению пропорций организмов, в том числе и человека, к их настройке на резонанс. Авторы разработали «общую резонансную теорию пропорций», основанную на трех законах резонанса. Остается только воздать должное резонансу и надеяться, что созданная Р. Повилейко и Кубратом Томовым гипотеза превратится в стройную теорию.

Резонанс, как невидимый дирижер, незаметно и настойчиво настраивает системы, объединяет их в гармонически целое, подчиняет всеобщему ритму бытия. Без него нет мелодии, нет очарования музыкального произведения, воздействующего на наши сердца (не по законам ли резонанса?!), покоряя и подчиняя их, заставляя сопереживать вместе с композитором его радости и печали, родившиеся столетия назад. Разве резонанс не достоин стихотворения в свою честь?

Из атомов растет кристалл,
Растет могучий дуб из почки,
Из мысли вырос «Капитал»,
И стих растет из первой строчки.

Рисует листья на стекле мороз,
Рождают глины гипсовые розы,
Ручьи подобны корням диких роз,
Корнями молний впились в землю грозы.

В живой природе явствует спираль,
Как символ жизни, проявленье нормы,
У всех улиток общая деталь
С Галактикой — спиральность формы.

Итак, какая же закономерность лежит в основе строения и развития Солнечной системы? Геометрическая прогрессия по правилу Боде — Тициуса, или логарифмическая по Чистякову, или геометрическая прогрессия со знаменателем, равным золотой пропорции? Вопрос остается открытым. Неясно даже, «какие числа правят миром», каковы должны быть расстояния и периоды вращения планет — равные целым числам или же несоизмеримым — иррациональным величинам? Ведь степенную зависимость в расстояниях или периодах вращения планет типа 1,618... можно выразить и в виде ряда чисел Фибоначчи. Тогда для расстояний планет от Солнца (с учетом пояса астероидов) получим следующий ряд чисел Фибоначчи: 8,13, 21, 34, 55, 89, 144, 377, 610, 987. В этом ряду оказалось пропущенным только одно число 233, которое должно находиться между числами 144 и 377, отвечающими Сатурну и Урану. Может быть, и между этими планетами имеются астероиды с расстоянием от Солнца, близким к 11 астрономическим единицам? Разница между фактическими расстояниями планет от Солнца и расстояниями, отвечающими числам Фибоначчи, в среднем равна 10 процентам; наибольшее отклонение отмечается для Сатурна, Юпитера и Плутона, а наименьшее (1,5—3,3 процента) для Нептуна, Урана, пояса астероидов, Меркурия. Характерно, что в данную модель расположения планет хорошо вписывается Нептун.

Э. Сороко увидел проявление чисел Фибоначчи и в другой характеристике планет — периодах обращения планет вокруг Солнца. Будучи исчисленными в земных сутках, они представляют собой следующую последовательность чисел: 88; 224,7; 365,3; 687,1; 4332,4; 10761,7; 30688,8; 60164,9; 90923,2. По мнению Э. Сороко, эта последовательность отвечает фрагменту ряда Фибоначчи: $U_{11}=89$; $U_{13}=233$; $U_{14}=377$; $U_{15}=610$; $U_{19}=4181$; $U_{21}=10946$; $U_{23}=28657$; $U_{25}=75025$; $U_{26}=121393$.

К этому ряду добавлен астероид, недавно открытый между Меркурием и Венерой, с периодом обращения, соответствующим $U_{12}=144$, а также малые планеты между Марсом и Юпитером, отвечающие числам U_{16}, U_{17}, U_{18}. Так, у Цереры период обращения равен 1670, а $U_{17}=1597$. Разность периодов обращения планет и соответствующих чисел Фибоначчи составляет в среднем 8,6 процента.

Как видим, в вопросе о закономерностях строения Солнечной системы у читателя большой выбор — предложено несколько различных закономерностей, различных моделей. Что предпочесть, на чем остановиться?

Поистине гамлетовский вопрос. Авторы различных моделей строения Солнечной системы непроизвольно исходили из представления о совершенстве, законченности, гармонии Солнечной системы. Но ведь это всего лишь предположение, удобная для построений гипотеза и только! Возможно, что Солнечная система является еще молодой, развивающейся и она еще не достигла совершенства, устойчивости, гармонии. Ведь любой организм, в том числе и человека, только в период зрелости достигает совершенства, гармонии своей организации.

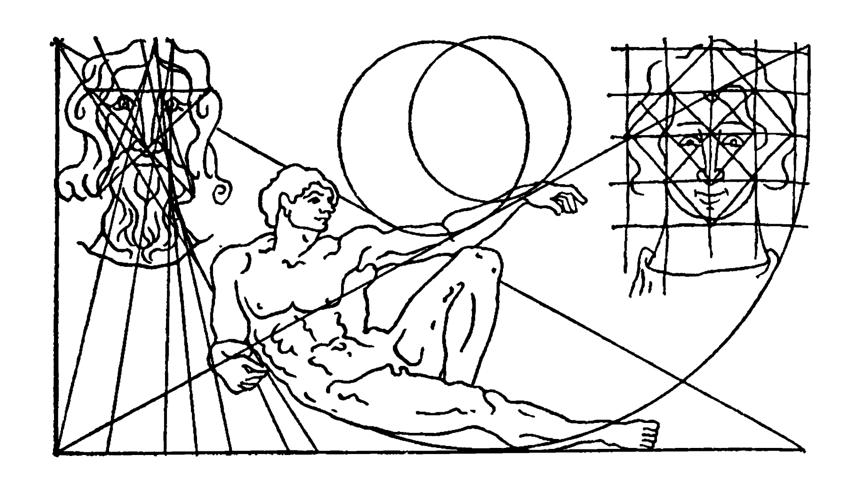
Но если Солнечная система находится в периоде своего активного развития, если она еще не достигла устойчивого равновесия, значит, она не может быть адекватно описана одной простой математической моделью достаточно точно.

Идея Пифагора выразить законы природы в виде отношений чисел, причем чисел небольших, оказалась удивительно живучей и плодотворной. Уже многие столетия ученые самых различных областей знаний стремятся выразить установленные закономерности простыми формулами, простыми числовыми отношениями. На почве этих традиций и вырос один из основных критериев истины — простота; родились крылатые выражения: «Все гениальное — просто», «Природа стремится к простоте».

Однако при глубоком изучении оказалось, что природа одновременно и проста и сложна, что эти характеристики находятся в единстве и поиски простоты выражают лишь стремление науки. Не могут же ученые создавать модели природы такие же сложные, как и сама природа? Их цель — увидеть простое в сложном (не забывая о сложности простого).

Приведенные закономерности в расположении планет и их периодах вращения, основанные на золотой пропорции, хотя и не являются «последним словом науки», все же достаточно правомерны. Можно ожидать, что законы развития различных систем природы, законы роста не очень разнообразны и прослеживаются в самых различных образованиях. Мы знаем, сколь распространена спиральность роста в живых организмах. Но спиральность установлена К. Бутусовым и в Солнечной системе. По его данным, наибольшие (афелии) и наименьшие (перигелии) расстояния планет лежат на логарифмических спиралях. Известно, что спирали галактик также имеют логарифмический вид. К. Бутусов установил, что ряд других параметров планет (масса, объем, орбитальный момент, ускорение силы тяжести) также пропорциональны числам Фибоначчи или производным им числам Люка.

Поиск общих закономерностей природы является, очевидно, наиболее увлекательной областью познания. В таких закономерностях и проявляется единство природы и единство науки. Идея такого единства, отраженного в наличии общих количественных и качественных отношений, в существовании общих формул и чисел, сохранила свою актуальность от Пифагора до наших дней.



III ЧАСТЬ
ФОРМУЛА КРАСОТЫ

Все усилия природы направлены к одной цели — к созданию человека.

Жан Батист Робинс (1735—1820)

Сколько художников, поэтов, скульпторов, истинных ценителей прекрасного, восхищались красотой человеческого тела! «Красивейшие человеческие тела во всех положениях, смелых до невероятности, стройных до музыки — да это целый мир, перед откровением которого невольный холод восторга и страстного благоговения пробегает по всем жилам», — писал И. С. Тургенев. «Человеческое тело — лучшая красота на земле», — утверждал Н. Г. Чернышевский. «Обнаженное тело кажется мне прекрасным. Для меня оно — чудо, сама жизнь, где не может быть ничего безобразного», — говорил О. Роден.

В своей книге «Homo pylcher» («Человек прекрасный») философ Н. И. Крюковский пишет: «Созерцая совершенное, прекрасное человеческое лицо и тело, невольно приходишь к мысли о каком-то скрытом, но явственно чувствующемся математическом изяществе его

форм, о математической правильности и совершенстве составляющих его криволинейных поверхностей!»

Эталонами красоты человеческого тела, образцами гармонического телосложения издавна и по праву считаются великие творения греческих скульпторов: Фидия, Поликтета, Мирона, Праксителя. В создании своих творений греческие мастера использовали принцип золотой пропорции. Центр золотой пропорции строения человеческого тела располагался точно в месте пупка. И не случайно величину золотой пропорции принято обозначать буквой Ф; это сделано в честь Фидия — творца бессмертных скульптурных произведений.

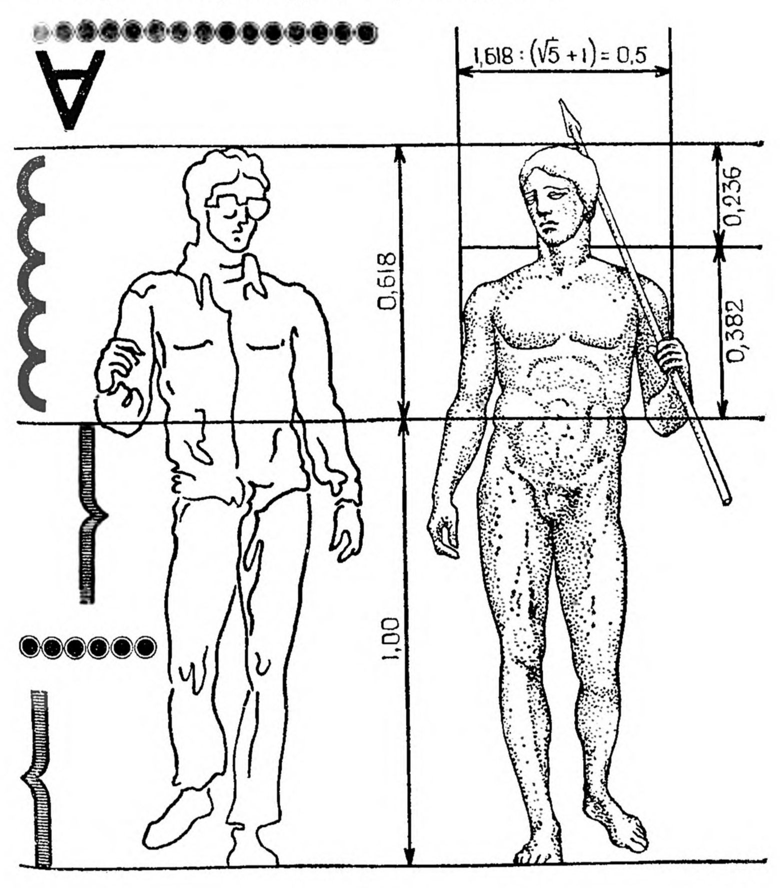


Рис. 21

Одним из высших достижений классического греческого искусства может служить статуя «Дорифор» («Копьеносец»), изваянная Поликтетом (рис. 21). Фигура юноши выражает единство прекрасного и доблестного, лежащих в основе греческих принципов искусства. Статуя полна спокойной уверенности; гармония линий, уравновешенность частей олицетворяют могущество физической силы. Широкие плечи почти равны высоте туловища, половина высоты тела приходится на лонное сращение, высота головы восемь раз укладывается в высоте тела, а золотой пропорции отвечает положение пупка на теле атлета.

Шедевром красоты считается Афродита Милосская (III—II вв. до н. э.), созданная Агесандром. Это о ней написал А. Фет замечательные строки:

И восхитительно и смело
До чресл сияя наготой
Цветет божественное тело
Неувядающей красой.

Статуя богини любви и красоты, изваянная Праксителем для храма на острове Книд, считалась его современниками величайшим чудом, превосходящим все другие художественные творения мира. Афродита изображена обнаженной, что почти не встречалось в более ранних женских статуях, но ее образ, одухотворенный гармонией прекрасного тела, дышит удивительным целомудрием. Иначе и не может быть: красота целомудрена по своей сущности, прекрасное не может быть иным.

Уже тысячелетия пытаются люди найти математические закономерности в пропорциях тела человека, прежде всего человека хорошо сложенного, гармоничного. Гармоничность телосложения создает впечатление о соразмерности всех его частей, которая может быть выражена простыми числовыми отношениями. Для анализа этих отношений нужна была единица измерения, какая-то часть тела.

На протяжении многих веков отдельные части тела человека служили основой всех измерений, являлись естественными единицами длины. Так, у древних египтян было три единицы длины: локоть (466 мм), равнявшийся семи ладоням (66,5 мм), ладонь, в свою очередь, равнялась четырем пальцам. Мерой длины в Греции и Риме была ступня. Основными мерами длины в России были сажень и локоть, связанные с ростом человека;

кроме этого, применялся дюйм — длина сустава большого пальца, пядь — расстояние между концами раздвинутых большого и указательного пальцев, ладонь — ширина кисти руки.

Естественно поэтому и возникновение попыток определить размеры человеческого тела, его частей путем сравнения с какой-либо естественной единицей длины.

Еще в Древнем Египте за единицу измерения тела принимали длину стопы, в более поздние времена — длину среднего пальца руки. Легко убедиться, что высота человека составляет в среднем 7 длин его стопы. Подобные попытки описать пропорции человеческого тела предпринимались и в Древней Греции, начиная с пифагорейцев. В соответствии с эстетическим каноном греческого скульптора Поликтета единицей измерения тела (названная впоследствии модулем) служила голова; длина тела должна быть равной восьми размерам головы.

В эпоху Возрождения интерес к изучению пропорций человеческого тела снова возрос. Леонардо да Винчи предпринял ряд измерений, из которых он вычислил средние размеры человека. В качестве единицы измерений пропорций тела он принял голову, но не всю длину черепа, а только длину лица. А. Дюрер принимал за единицу измерения всю длину черепа. Французский анатом Рише установил закон о $7^1/_2$-кратной длине головы.

Многие пропорции человеческого тела можно выразить отношением небольших целых чисел, если пренебречь некоторой погрешностью. Для этого можно воспользоваться средними статистическими (антропометрическими) данными населения нашей страны. Эти данные для мужчин и женщин существенно различаются и приводятся раздельно. Вот некоторые из них (для мужчин и женщин): рост 1680 и 1567, длина руки — 723 и 661, длина ноги — 900 и 835, высота линии талии — 1035 и 976, высота колена — 506 и 467, ширина плеч — 380 и 349, рост сидя — 1310 и 1211, длина бедра — 590 и 568 мм. Используя эти статистические данные, можно рассчитать пропорции различных частей тела, например, по отношению к росту человека. Полученные таким образом пропорции оказались очень близкими к целочисленным отношениям. Среднее отклонение целочисленных отношений от действительных составляет всего 0,6%. Похоже, что и здесь «правят» целые числа.

Характерно, что размеры частей тела мужчин и женщин существенно различаются, но отношения этих частей отвечают в большинстве случаев отношениям тех же целых чисел. Характерно также, что усредненные величины рассчитанных характеристик отдельно для мужчин и женщин оказываются более близки к целочисленным отношениям. Создается впечатление, что пропорции мужских и женских тел как бы отклоняются в разные стороны от пропорций некоторого «идеального» бесполого человеческого тела. Соотношение среднего роста мужчин и женщин составляет 1,072, что очень близко 15/14. Такое же в среднем отношение всех остальных частей мужского и женского тел.

В середине прошлого века английский ученый Эдинвург построил канон пропорций человеческого тела на основе музыкального аккорда, причем интересно, что идеальное, с точки зрения этого канона, мужское тело оказалось, по его мнению, соответствующим мажорному аккорду, а женское — минорному. Приведенные им средние антропометрические данные для мужских и женских тел позволяют найти в пропорциях частей тел отношения, равные терции (5/4), сексте (5/3), септиме (15/8). Вопрос этот чрезвычайно интересный, но мало разработанный. Несомненно, что пропорции мужских и женских тел не только различаются, но образуют как бы два самостоятельных ряда гармонических отношений. Их закономерности еще предстоит открыть.

Рассчитанные пропорции тела человека расширяют антропометрические данные, дают новые характеристики для анализа и сравнения, но они пока лишены физического содержания. Исключение представляет только отношение роста к высоте линии талии. Это отношение известно с древних времен, долго изучалось, считается одним из основных критериев гармонии человеческого тела и получило различные названия; золотое сечение, золотая пропорция, божественное отношение и др.

Золотая пропорция занимает ведущее место в художественных канонах Леонардо да Винчи и Дюрера. В соответствии с этими канонами золотая пропорция отвечает не только делению тела на две неравные части линией талии. Высота лица (до корней волос) относится к вертикальному расстоянию между дугами бровей и нижней частью подбородка, как расстояние между нижней частью носа и нижней частью подбородка относится к расстоянию между углами губ и нижней ча-

стью подбородка, это отношение равно золотой пропорции.

Пальцы человека состоят из трех фаланг: основных, средних и ногтевых. Длина основных фаланг всех пальцев, кроме большого, равна сумме длин двух остальных фаланг, а длины всех фаланг каждого пальца соотносятся друг к другу по правилу золотой пропорции. Это особенно четко проявляется при замере костей пальцев. Длина пястных костей, являющихся основой кисти, очень близка к длине суммы двух костей фаланг — основной и средней. Как видим, в строении кости соблюдается принцип золотой пропорции.

Около двух веков идея применения золотой пропорции в исследовании человеческого тела была предана забвению, и лишь в середине XIX века немецкий ученый Цейзинг вновь обратился к ней. Он находил, что все тело человека в целом и каждый отдельный его член связаны математически строгой системой пропорциональных отношений, среди которых золотое сечение занимает важнейшее место. Измерив тысячи человеческих тел, он установил, что золотая пропорция есть среднестатистическая величина, характерная для всех хорошо развитых тел. Он нашел, что средняя пропорция мужского тела близка к 13/8=1,625, а женского — к 8/5=1,60. Аналогичные значения получены и при анализе антропометрических данных населения СССР (1,623 для мужчин и 1,605 для женщин). Пропорции тела мужчин и женщин отклоняются в разные стороны от золотой пропорции — иррациональной предельной величины, равной 1,618..., в чем выражается, очевидно, геометрическое различие в половой анатомии мужчин и женщин.

Характерно, что пуп делит тело новорожденного на две равные части и пропорции тела лишь постепенно, ко времени завершения роста, достигают своего конечного развития, отвечающего золотой пропорции (существует поверье, что в два года рост ребенка соответствует половине будущего роста взрослого человека). Все это дает основание считать золотую пропорцию некоторой «константой гармонии», идеальным пределом, к которому стремится тело человека в своем развитии. Однако для тела человека характерно не только «стремление» к золотой пропорции, но и отклонение от нее, связанное половыми и индивидуальными различиями людей, своеобразные «вариации на тему золотой пропорции».

Известно, что золотая пропорция выводится из соотношения сторон в квадрате или в прямоугольнике «два квадрата». По мнению И. Шевелева, пропорции тела человека отвечают геометрической гармонии, основанной на соотношениях в прямоугольнике «два квадрата», диагональ которого равна $\sqrt{5}$, а стороны 1 и 2. По его данным, мужская фигура вписывается в прямоугольник с отношением сторон 0,528 : 2 и разделена пополам в лонном сращении. Женская фигура вписывается в прямоугольник с отношением сторон 0,472 : 2. Высота «венчания» человека — шея и голова, равны 0,326. Пропорции венчания отвечают золотому сечению: 0,202 : 0,326. Пуп делит тело человека в золотой пропорции: 1,236 : 0,764 = 1,618. Расстояние от локтевого сустава до конца пальцев равно 0,528.

В приведенных отношениях числа 0,528, 0,326, 0,202 образуют ряд золотой пропорции, а число 0,472 является производным золотой пропорции. Отношение 528 : 472 названо архитектором В. Жолтовским «функцией золотого сечения». Прямоугольник, построенный на отношении функции, очень близок к квадрату, и, по мнению В. Жолтовского, является «живым квадратом», в то время как квадрат с равными сторонами мертв. Случайно ли, что в построениях женских и мужских тел, предложенных И. Шевелевым, соотношения прямоугольников их тел отвечают функции Жолтовского?

Геометрическая модель пропорций человека, предложенная И. Шевелевым, довольно точно отвечает рисункам мужских фигур Леонардо да Винчи и Микеланджело. Однако на других фигурах она не оправдывается. Да и неудивительно, ведь конституция тел очень различна, даже гармонично развитые тела могут быть узкоплечими и широкоплечими. Так, прекрасная атлетическая фигура Поликтета, созданная Дорифором около 440 года до н. э., вписывается в прямоугольник с отношением сторон, близким к $1 : (\sqrt{5}+1)$. В лонном сращении тело атлета делится на две части, равные $(\sqrt{5}+1)/2$, то есть вписывается в два прямоугольника золотой пропорции. Пуп делит тело Поликтета в пропорции золотого сечения.

Этой же пропорции отвечает и прямоугольник венчания. Расстояние между сосками груди относится к ширине тела в пропорции 1 : 2 и т. д. Такой анализ можно продолжить и найти еще ряд интересных отношений, но

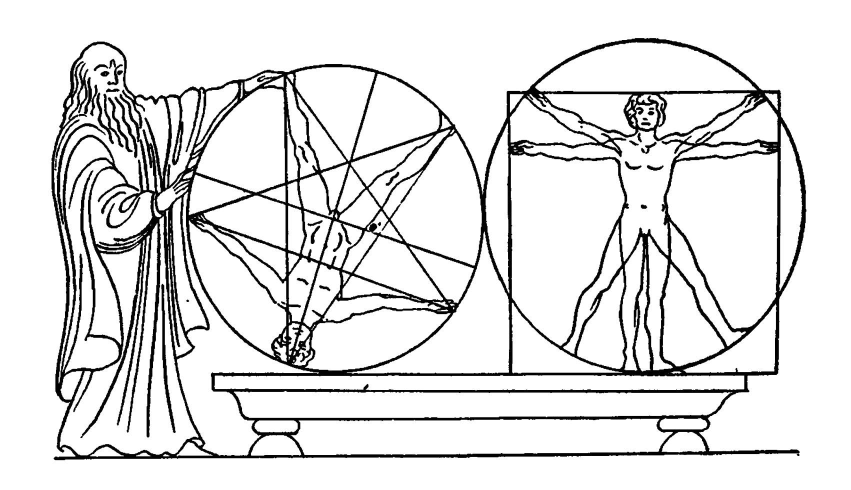


Рис. 22

нужно отметить, что все они приближенны — ведь тело человека совсем не правильная геометрическая фигура с прямыми углами и прямыми линиями. Представляется наиболее устойчивым и достоверным лишь золотое сечение, проявляющееся неоднократно в пропорциях гармонически развитого тела человека и согласующееся с закономерностями пропорций в других организмах.

Общепринято мнение, что золотая пропорция является не только мерилом гармонии в природе и в произведениях искусства, но и основой красоты, источником эстетического удовлетворения. Понятие красоты, прекрасного значительно шире, вариантнее, чем понятие гармонии и упорядоченности. Совершенная симметрия и пропорциональность могут не отвечать эталонам красоты, они совершенны, но мертвы, и лишь разнообразные отклонения от этих статичных канонов придают живость, неповторимую индивидуальность, прелесть и грацию творениям природы и художника. Поэтому и понятие красоты человеческого тела выходит за рамки геометрических канонов, но эти каноны составляют некую основу, на которой создается гармоническое и прекрасное тело.

Неоднократно предпринимались попытки создать идеализированную эталонную модель гармонически развитого человеческого тела.

Известно, что размах вытянутых в стороны рук человека примерно равен его росту, вследствие чего фи-

гура человека вписывается в квадрат и в круг (рис. 22). Известны «идеальные» фигуры, созданные Леонардо да Винчи и Дюрером.

Очевидно, не случайно природа «вписала» тело человека в квадрат как одну из наиболее простых и симметричных геометрических фигур. Но и здесь соответствие квадрату среднестатистическое, приближенное, у людей могут быть отклонения от этой идеальной геометрии. Похоже, что и здесь фигура человека с распростертыми руками вписывается не в идеальный квадрат со сторонами 1 : 1, а в «живой квадрат» В. И. Жолтовского с отношением сторон 0,528 : 0,472.

По-видимому, во всех пропорциях тела человека существуют некоторые идеальные, но «мертвые» соотношения частей, являющиеся основой гармонии, ее устойчивой (инертной, консервативной) составляющей, и одновременно всевозможные отклонения от «нормы», придающие телу человека подвижность, жизненность, разнообразие индивидуальностей.

Давно уже существует мнение, что пятилучевая симметрия, столь характерная для мира растений и животных, проявляется и в строении человеческих тел. И человеческое тело можно рассматривать как пятилучевое, где лучами служат голова, две руки и две ноги. В связи с этим многие исследователи математических закономерностей тела человека вписывали его в пентаграмму. Так назвали позу человека с раздвинутыми на 180° руками и разведенными на 90° ногами. Такая модель нашла отражение и в построениях Леонардо да Винчи и Дюрера.

С. В. Петухов показал, что так называемые пентавурфы оконечных точек правильного звездчатого пятиугольника равны 1,618..., а величины пентавурфов пяти точек человеческого тела равны: 1,6; 1,7; 1,6; 1,6; 1,5, то есть в среднем 1,6. Характерно, что пентавурфы характеристик человеческого тела, вписанного в пентаграмму, практически не зависят от возраста.

Золотая пропорция выражает иррациональное отношение в размерах частей тела человека. Но ведь число частей человеческого тела рационально, оно отвечает целым числам. Мы знаем, что золотая пропорция тесно связана с рядом целых чисел, образующих ряд Фибоначчи, более того, она является производной этого ряда чисел. Числа Фибоначчи отражают основную закономерность роста организмов, следовательно, и в строении

человеческого тела они должны каким-то образом проявиться.

Займемся «инвентаризацией» частей человеческого тела. У него одно туловище, одна голова, одно сердце и т. д.; многие части тела и органы парные, например, руки, ноги, глаза, почки. Из трех частей состоят ноги, руки, пальцы рук. На руках и ногах по пять пальцев, а рука вместе с пальцами состоит из восьми частей. У человека 12 пар ребер (одна пара атрофирована и присутствует в виде рудимента). Очевидно, в прошлом у человека было 13 пар ребер, но в процессе эволюции, при переходе к прямостоячему положению количество ребер уменьшилось. Характерно, что у млекопитающих (коровы, овцы, собаки, кошки и др.) по 13 пар ребер. Число молочных зубов у ребенка равно 20, а у взрослого достигает 32, причем последняя пара («зубы мудрости») появляется позже других и не у всех людей.

Характерно строение кисти человека. Кисть состоит из трех основных частей: запястья, пясти и пальцев. В состав запястья входит 8 косточек, оно сочленяется с 5 костями пясти, которые составляют основу ладони. С пястными костями соединено 5 пальцев. Каждый палец состоит из трех фаланг: основных, средних и ногтевых. Позвоночник человека состоит из 34 позвонков. (У многих млекопитающих число позвонков близко к 55, например, у лошади, свиньи).

С. В. Петухов углубил и обобщил данные о трехчленном строении рук и ног человека, его пальцев. Так же, как и при анализе строения животных, он использовал отношение, связывающее все три части и называемое вурфом. Если это отношение отвечает 1,309..., что равно $\Phi^2/2$, оно называется золотым вурфом. Оказалось, что вурф руки человека (от состояния эмбриона до взрослого) равен 1,33, вурф ноги — 1,29, вурф пальцев — 1,34. С точностью около 3% вурфы всех трехчленных блоков человеческого тела равны между собой и близки к 1,309, то есть являются золотым вурфом.

Как видно из приведенного перечисления частей человеческого тела, в его членении на части присутствуют все числа Фибоначчи от 1 до 34, что особенно отчетливо проявляется на костях скелета. Общее число костей скелета не является строго постоянным, некоторые кости могут присутствовать у одних людей и отсутствовать у

других. Но вот что интересно: общее число костей скелета человека близко к 233, то есть отвечает еще одному числу Фибоначчи.

Трудно предположить, что все это лишь случайное совпадение. Более очевидно наличие определенной закономерности развития организма, закономерного итога его эволюции от простейших по строению далеких предков до «вершины эволюции» — человека.

Очевидно, в развитии организма человека, в эволюции его конституции, в усложнении организации значительную, а может быть, и определяющую роль играл рост «по Фибоначчи», членение целого на части путем развертывания ряда чисел Фибоначчи. Усложнение организации происходило не непрерывно, а скачками, дискретно и при этом отвечало возрастанию количества частей в соответствии с числами Фибоначчи.

Конечно, на эту закономерность развития человека налагались и другие факторы: требование парности органов, что отвечает симметрии тела, зарождение новых органов и частей тела и отмирание других. И все же дискретность «по Фибоначчи» прослеживается и довольно отчетливо. И не только на костях скелета.

В теле человека насчитывают около 630 мышц, составляющих около 0,4 массы тела человека. Как тут не вспомнить, что 610 является числом Фибоначчи, а 0,38 отвечает золотой пропорции в делении целого на части. Делая первый шаг, человек приводит в движение около 300 мышц, в том числе 144 на позвоночном столбе (144 — число Фибоначчи), 20 — удерживающих в равновесии голову. От головного мозга человека отходит 12 пар нервов, а от спинного — 31 пара.

В строении головного мозга различают семь частей: кора, мозолистое тело, мозжечок, мозговой желудочек, мост, продолговатый мозг, гипофиз. В основании головного мозга выделяют восемь частей, выполняющих различные функции. В теле человека насчитывается восемь различных желез внутренней секреции. Кишечник и соседние с ним органы (желудок, печень, желчный пузырь и др.) составляют в сумме 13 органов. Человека пронизывают 15 различных артерий, дыхательные органы человека состоят из восьми частей. Из восьми различных частей состоит печень; почки состоят из пяти частей, сердце из тринадцати.

Даже волос человека не является простым образова-

нием. Он образует систему, в которую входит сосочек, луковица, корень, пучок мышц, сальная железа, нерв, кровеносные сосуды и стержень — всего восемь частей, маленьких самостоятельных органов, обеспечивающих жизнедеятельность волоса.

Этот список частей тела человека можно продолжить. Нетрудно видеть, что в их перечне очень часто встречаются числа Фибоначчи или близкие к ним величины. Ими буквально «нашпиговано» тело человека. Но ведь ряд этих чисел не только отражает дискретный характер роста и членения целого на части, но и отвечает золотой пропорции. Отношение рядом стоящих чисел Фибоначчи приближается к золотой пропорции, значит, и соотношения чисел различных органов часто отвечает золотой пропорции. Золотая пропорция как невидимый, но строгий дирижер, взмахами волшебной палочки эволюции отсчитывает числа органов человека и числа частей в этих органах.

Человек, как и другие живые творения природы, подчиняется всеобщим законам развития. Корни этих законов нужно искать глубоко — в строении клеток, хромосом и генов, и далеко — в возникновении самой жизни на Земле.

Закономерности строения человеческого тела в соответствии с золотой пропорцией проявляются иногда в самых неожиданных случаях. Интересные данные приведены в книге Э. Сороко «Структурная гармония систем». Так, распределение людей по трем группам крови отвечает отношениям чисел 8 : 21 : 34. В состав крови человека входят красные кровяные тела (эритроциты), белые кровяные тела (лейкоциты) и тромбоциты. Эти три типа кровяных тел содержатся в пропорции 62 : 32 : 6; отношение числа эритроцитов к двум остальным телам крови отвечает золотой пропорции.

В генетике человека известна связь типа людей с характером линейных узоров на концах пальцев («отпечатки пальцев»). При всем разнообразии отпечатков пальцев, которые неповторимы для каждого человека, среди них выделено три основных типа: петлевые, круговые и дуговые. При нормальном кариотипе соотношение этих трех типов отпечатков отвечает числам 62 : 32 : 6..., то есть такое же, как и распределение кровяных тел в крови человека.

СЕМЬ ВОЗРАСТОВ ЧЕЛОВЕКА

Мы думали: зима —
Обозначенье старости,
Как бы печать сама
Покоя и усталости.
Но все не так идет!
У юности и зрелости
Совсем особый счет,
И каждый полон прелести.

К. Ваншенкин

Наблюдательные люди давно уже обратили внимание на то, что жизнь человека протекает не равномерно, как растут годичные кольца на дереве, а с некоторой периодичностью, с переломами и в непрерывности, с качественными скачками. Жизнь каждого человека — от рождения до старости — делится на несколько качественно различных частей. Сколько же их?

Гиппократ делил человеческую жизнь на периоды в 7 лет: до 7 лет — дитя, от 7 до 14 — ребенок, от 14 до 21 — отрок, от 21 до 28 — юноша, от 28 до 49 — взрослый, от 49 до 56 — пожилой, дальше — старик. Очевидно, это была первая попытка научно оценить периодичность жизни человека, найти систему «кризисных» периодов в его жизни. Предложенная система периодов отличалась простотой, содержала «священное» число 7, базировалась на жизненном опыте Гиппократа, но она не была подтверждена убедительными фактами, экспериментами. Характерно, что некоторые из кризисных возрастов близки числам Фибоначчи или равны им, это — 7; 14; 21; 56.

Стоит посмотреть, как складывается жизнь людей свободного труда, людей творческих.

Почему мы выбрали именно эту категорию лиц, а не другую? Конечно у всех людей, независимо от их профессии и занимаемой должности, проявляются переломные, кризисные годы, переходы в качественно новое состояние. Но далеко не у всех эти возрастные кризисы находят отчетливое проявление. Жизнь, например, государственного служащего или кадрового военного в такой степени определена служебным распорядком, что в ней нет места проявлениям личностных событий, изменениям физиологического и психологического состояний; проявления кризисных переломных периодов подавляются здесь неумолимыми требованиями бесперебойного

функционирования социальных и производственных систем. Поэтому объектом исследования могут быть только люди творческого труда, в значительной степени не зависимые от давления социальных систем.

Начнем с биографии одного из исследователей этой проблемы Н. Пэрна. В возрасте 7—8 лет у него отчетливо проявилась тяга к рисованию. В 13 лет пробудился интерес к природе и коллекционированию — он начинает собирать бабочек и жуков. В 32 года появился повышенный интерес к научным и психологическим вопросам. Прошедший переломный период в 19—20 лет выражен неясно. Как видим, в жизни Н. Пэрна отчетливо проявилось несколько переломных, кризисных периодов, которым отвечает качественное изменение в интеллектуальной ориентации, эти периоды очень близки к числам Фибоначчи: 8, 13, 34. К сожалению, Н. Пэрна очень рано умер, не дожив до следующего кризисного возраста.

Обратимся к жизни и творчеству А. С. Пушкина. Почему Пушкина? Прежде всего потому, что его поэзия (и проза) являются образцом величайшего совершенства, жизнь поэта хорошо изучена, и, кроме того, в своем творчестве А. С. Пушкин стремился подчиняться только «веленью божьему» — своей натуре.

Первые стихотворения А. С. Пушкин написал в возрасте 13 лет, в период его пребывания в Лицее. Очевидно, в этом возрасте в нем проснулась тяга к стихосложению, в этом возрасте он родился как поэт. В 1819—1820 годах А. С. Пушкин переживает глубокий внутренний кризис. Он разочарован городской жизнью, образом жизни, навязанным ему высшим обществом. 21 апреля 1820 года он пишет Вяземскому: «Петербург душен для поэта. Я жажду краев чужих; авось полуденный воздух оживит мою душу». В стихотворениях этого периода поэт призывает уйти от городской суеты в деревню — «приют спокойствия, трудов и вдохновенья». Он стремится уйти от городской суеты, от забав светского общества в деревню:

Приветствую тебя, пустынный уголок,
Приют спокойствия, трудов н вдохновенья,
Где льется дней моих невидимый поток
На лоне счастья и вабвенья.
Я твой: я променял порочный двор цирцей,
Роскошные пиры, забавы, заблужденья
На мирный шум дубрав, на тишину полей,
На праздность вольную, подругу размышленья.

Характерно, что «кризис, который переживал А. С. Пушкин в это время, вовсе не означал творческого кризиса. Напротив, в эти годы и месяцы душевного разлада и сомнений он ищет и находит убежище в творчестве, он много работает, пишет», — указывает Е. Маймин в своей книге («Пушкин. Жизнь и творчество»). Этот период в жизни поэта совпадает с его южной ссылкой, 6 мая 1820 г. А. С. Пушкин выезжает из Петербурга в Екатеринослав.

По мнению многих исследователей, 1833 год был для А. С. Пушкина переломным, кризисным как в психологическом, так и в творческом отношении. Его творчество поднялось на новую ступень. Поэт начинает работать над крупными произведениями прозы, собирает материалы о Пугачеве. Ему нужен «приют спокойствия, трудов и вдохновенья», куда бы он мог уйти из атмосферы светской жизни и полностью отдаться творчеству. Но бегству поэта из Петербурга препятствовало многое — и противодействие царя, и нежелание жены уединиться с поэтом в деревню.

Наиболее убедительным свидетельством душевного надлома поэта явилась его поэма «Медный всадник» и стихотворение «Пора, мой друг, пора...». В поэме страстно звучит протест против бесчеловечной жестокости самодержавия, равнодушного к судьбе простого человека. Он чувствовал неотвратимость для своей судьбы царского самовластия и мог противопоставить ему только силу своего духа, свой творческий вызов.

Стихотворение «Пора, мой друг, пора...» (1834), посвященное жене, поразительно точно передает итог трагедии Пушкина, всю глубину переживаний:

Пора, мой друг, пора! покоя сердце просит —
Летят за днями дни, и каждый час уносит
Частицу бытия, а мы с тобой вдвоем
Предполагаем жить, и глядь — как раз умрем.
На свете счастья нет, но есть покой и воля.
Давно завидная мечтается мне доля —
Давно, усталый раб, замыслил я побег
В обитель дальнюю трудов и чистых нег.

Он чувствовал себя «усталым рабом», мечтающим о побеге «в обитель дальнюю трудов и чистых нег». Не потому ли так много и упоенно работал он во вторую болдинскую осень 1833 года?

В этот период поэт увлечен идеей создания серьезных исторических произведений. Он начинает работать над

историей Пугачева. В 1833 году уезжает на Урал для сбора материалов по истории пугачевского бунта. Основными произведениями его в начале 30-х годов была проза. В 1832—1833 годах он писал «Историю пугачевского бунта», «Капитанскую дочку», «Дубровского», «Пиковую даму».

Великий поэт становится великим прозаиком — так можно оценить сущность переломного периода в творческой жизни А. С. Пушкина, который наступил в возрасте около 34 лет. И проживи он дольше — русская литература обогатилась бы монументальными историческими произведениями. В эти же годы резко меняется отношение его к царю. В дневнике 10 мая 1833 г. он пишет: «...я могу быть подданным, даже рабом — но холопом и шутом не буду и у царя небесного». А. С. Пушкин начинает серьезно думать об отставке. Налицо душевный кризис и творческий перелом в жизни поэта, кульминация которого относится к 1833 году.

Как видим, кризисные годы в жизни поэта выражены очень отчетливо, они отвечают 13, 21 и 34 годам его жизни, то есть отвечают числам Фибоначчи. Едва ли возможно отнести эти факты к случайным совпадениям.

Конечно, жизнь одного человека, даже такого, как А. С. Пушкин, недостаточна для окончательных выводов и заключений. Следует проанализировать жизненный путь и других поэтов, писателей, художников. Однако здесь возможны большие трудности. О кризисных, переломных годах в жизни людей творческого склада мы обычно судим по их внешним проявлениям — смене занятий, переезде, изменению творческой продукции. Но глубинные, душевные причины этих внешних проявлений не всегда улавливаются, не всегда они становятся доступными исследованию, что, естественно, затрудняет анализ. Кроме того, не всегда художник или ученый следует велениям своей природы, происходящим в ней изменениям. Очень часто в силу различных причин он подавляет себя, вынуждает делать не то, что «хочет», а то, что «должен». Очень трудно, подчас невозможно, противостоять воздействию среды, обычаям, семейному долгу, служебным обязанностям. Жизнь человека определяется действием громадного числа всевозможных факторов. И в этом многообразии не всегда удается определить главные, определяющие мотивы поведения.

Обратимся к биографии Гёте. В возрасте 21 года Гёте переехал в Страсбур, увлекся народной поэзией,

начинает писать стихи. В 1771—1773 году создает драму «Гец фон Берлихинген». К 30 годам он живет в Веймаре, занимая высокую государственную должность при герцоге: обладает большой властью, возможностью решать крупные социальные и экономические вопросы. Но постепенно в нем назревает разочарование как в возможностях своей деятельности, так и в самом человечестве. Растет переутомление и усталость, он мечтает стряхнуть с себя служебное бремя, стремится уйти от жизни, которую он вел в Веймаре. Этот переломный период близок к 34 годам.

Не найдя в себе мужества отказаться от службы у герцога, Гёте начинает увлеченно заниматься наукой — горным делом, минералогией, остеологией. В 35 лет он сделал важное открытие — нашел межчелюстную кость человека (до него она была известна только у животных). В период после 34 лет Гёте все больше и больше работает как естествоиспытатель (в его собрании сочинений 14 томов посвящено научным работам).

В 1805 году в возрасте 56 лет Гёте сильно заболел, его жизнь была в смертельной опасности. После болезни происходит перелом: он вновь обращается к поэзии, пишет множество лирических произведений. В нем пробуждается чувство — в возрасте 72 лет он влюбился в 17-летнюю Ульрику и делает ей предложение. В 83 года поэт умирает.

Л. Н. Толстой в 1848—1849 годах живет, как он сам пишет, в Москве «очень безалаберно, без службы, без цели». В 21 год решает учиться, сдает экзамен на степень кандидата в Петербургский университет. В 1850 году у него возникает замысел написать «повесть из цыганского быта». В возрасте 32—33 лет совершает путешествие по Германии, Швейцарии, Франции, Англии, Бельгии. Знакомится с Герценом, начинает писать роман «Декабристы»; 1881-й год для Льва Николаевича переломный (ему было 53 года) — начинает книгу «Записки христианина».

Острый душевный кризис пережил Н. В. Гоголь в возрасте около 34 лет. Он сжигает написанную вторую часть «Мертвых душ». И у Л. Бетховена в 34 года наблюдался резкий творческий спад. И уже не кажется случайным, что В. И. Ленин умер на 55-м году жизни.

Очевидно, не случайно в жизни великих людей в возрасте 21, 34, 55 лет отмечаются кризисы, переломы, духовные перерождения. По-видимому, эти годы и являют-

ся некими вехами, качественными переходами в жизни человека. К 21 году юноша созревает, становится мужчиной, к 33 годам, как указывает Н. Пэрна, человек созревает как деятель, это вершина сил и творческого размаха.

Неразговорчивый, замкнутый, поглощенный своим творчеством гений и одновременно простой итальянский крестьянин, любящий землю и верящий ей: таким видится нам Джузеппе Верди — великий итальянский композитор. Жестокая судьба, длительная нищета осудили его на отчаянную борьбу за выживание, отняли у него детство и юность. Только труд, непрерывный, истощающий труд был его уделом многие годы. Уединение он предпочитает обществу и никого не допускает в свою личную жизнь. Поэтому проследить за переломными периодами в его жизни трудно. Музыкальное творчество протекает неровно — со взлетами и падениями, обусловленными прежде всего борьбой творческого вдохновения с необходимостью зарабатывать на кусок хлеба. Остается лишь одна область, где сквозь завесу душевной сдержанности прорывается пламя чувств.

В возрасте 21 года Дж. Верди влюбляется в Маргариту Барецци, в 1836 году состоялась их свадьба. В 34 года он женится вторично на Джузеппине Стреппони (официально брак был оформлен значительно позже). Приехав в Италию, Верди покупает имение Сант-Агату. Сбылась его давняя мечта — он имеет землю, огражден от нужды. Он выбрал подругу жизни, купил землю. Завершен его долгий и трудный путь к независимой, спокойной жизни. Впереди создание выдающихся опер: «Риголетто», «Травиата», «Трубадур». Ими он назовет деревья, посаженные в своем имении. Композитор признан во всем мире, окружен заслуженной славой, материально обеспечен.

Казалось бы, нет никаких оснований для психологических кризисов, душевных потрясений. Но в 55 лет Верди страстно влюбляется в молодую певицу Терезу Штольц. Любовь омолодила его стареющую душу, воскресила вдохновенье. Он ищет выхода, музыкального воплощения своим чувствам и находит его в работе над новой оперой — «Аидой». Дж. Верди пишет оперу с огромным душевным напряжением, вдохновенно, «на одном дыхании»; опера была написана менее чем за пять месяцев. Страстная любовь Аиды и Радомеса — это отзвук его возвышенного чувства, тоски по безвоз-

вратно ушедшей молодости. «Аида» — это воспоминание о молодости и прощание с ней.

Не случайно осень так же очаровательна, как и весна. «Золотая осень», «очей очарованье» — это последний прощальный расцвет природы, щедрой своими плодами, познавшей цену жизни, перед неотвратимой зимой. Очевидно, не случайно в 55 лет мужчина вступает в период «поздней молодости», расцвета чувственности последнего этапа своей жизни. Этого «взрыва влюбленности» не избежал Гёте, не избежал и Верди.

Есть люди, у которых жизнь бедна событиями, протекает однообразно и монотонно. У других же, наоборот, она протекает в стремительном круговороте событий, насыщена взлетами и падениями, победами и поражениями. Такой была жизнь Вольтера (1694—1778 гг.). Он менял женщин и литературные увлечения, ссорился с королями и искал у них покровительства, несколько раз находился в ссылке, сидел в Бастилии, эмигрировал, скрывался, писал стихи, трагедии, исторические романы и философские произведения. В этом калейдоскопе увлечений и событий нелегко уловить переломные этапы жизни, качественные скачки.

До 1715 года Франсуа Мари Аруа (Вольтер) был известен своими лирическими стихотворениями, участвовал даже в поэтическом конкурсе академии. И только после смерти Людовика XIV и установления регентства герцога Орлеанского родился Вольтер: появились его первые сатирические произведения, изобличающие пороки королевской власти. За памфлет «Царствующий ребенок» поэт был отправлен в Бастилию: ему исполнился 21 год.

Жизнь Вольтера извилиста и противоречива. Ценя больше всего в жизни свободу, он вынужден прибегать к покровительству сильных мира сего. «Судьба заставляла меня перебегать от короля к королю, хотя я боготворил свободу», — писал он. Ненавидя высокомерную аристократию, осмеивая ее в своих острых произведениях, Вольтер постоянно подвергался гонениям с ее стороны. В 1726 году в Комеди Франсез на презрительное замечание кавалера Роан Шабо: «...вы присвоили фамилию, которая вам не принадлежит», он незамедлительно ответил: «Я не волочу за собой свою великую фамилию, а делаю честь той, которую ношу». После чего Вольтер был избит палками тремя слугами Шабо, а затем брошен в Бастилию.

Чтобы освободиться от заточения в Бастилию, он был вынужден уехать в Англию. Три года пребывания на чужбине были переломными в творчестве Вольтера. Он изучает английский язык, литературу, нравы. Здесь созрели и проявились его демократические убеждения. Здесь были написаны знаменитые «Английские письма». Вскоре после возвращения из Англии были созданы трагедии «Брут», «Смерть Цезаря», «Заира», «История Карла XII», которые считаются итогом его английских уроков. Как выразился современник писателя Рене Помо, «если бы кавалер де Роан Шабо «не погладил» его по плечам, Вольтер не написал бы «Английские письма», эту главную книгу века». Случайно ли, что взрыв творческой активности, создание выдающихся произведений, приходится на возраст, близкий к 34 годам? Дело здесь не в творческой продуктивности, дело в новом качественном этапе жизни Вольтера, в переломном периоде его творческой жизни, который так близок к 34 годам.

Очевидно, существуют два основных типа творческих личностей: одни достигают творческого взлета, апофеоза своей деятельности в раннем возрасте и уже после тридцати лет «живут на процентах своей славы», ничего не создавая выдающегося. Другие начинают медленно восходить к вершинам творчества и славы, и нередко смерть в пожилом возрасте обрывает эту кривую восходящего подъема. К первому типу людей можно отнести Моцарта, Россини.

Джоаккино Россини (1792—1868 гг.) родился в музыкальной семье, но в детстве не обнаруживал рвения к музыкальному образованию. Лишь к 11—12 годам наступил перелом, появилось сознательное влечение к музыке, пению. Около 1804 года мальчик начинает систематически заниматься игрой на клавесине, теорией музыки и пением. Уже через несколько месяцев занятий обнаруживаются его удивительные музыкальные способности, мальчик обладал красивым, звонким сопрано. Маленький Россини начал выступать певцом в соборах Болоньи, затем на концертах. В 1806 году за успехи в пении он был увенчан лаврами Болонской филармонической академии. Ему пророчили славу одного из лучших певцов Италии.

Затем последовала ломка голоса, поступление в Болонский музыкальный лицей. В период обучения в лицее (1806—1810 гг.) в жизни Россини происходит творческий перелом — он поступает в лицей певцом, а ухо-

дит из него оперным композитором. В 1810 году по заказу одного из театров Венеции он за несколько дней (!) пишет одноактную музыкальную пьесу «Вексель на брак», имевшую успех. В 1811—1812 годах сочиняет оперы «Деметрио и Полибио» и «Пробный камень». Через два с половиной года после окончания лицея — он уже признанный профессиональный композитор, на его счету восемь опер.

Дж. Россини было всего 37 лет, когда он остановился в своем творческом пути, прекратил сочинение опер, которых было написано уже около 40. Причины его отхода от оперной деятельности остаются загадкой. Объясняют это неудачей с последней оперой «Вильгельм Телль», которую безжалостно кромсали при исполнении, чрезмерно напряженной работой на протяжении 20 лет, утомлением, непониманием его новаторства и т. д. Сам композитор писал в своих письмах в 1853—1854 годах: «Насколько рано, едва созревшим юношей, я начал сочинять, настолько же рано, и раньше, чем кто-либо мог это предвидеть, я бросил писать. Так всегда бывает в жизни: кто рано начинает, должен согласно законам природы рано кончить».

Как видим, в творческой жизни композитора отчетливо отмечается несколько качественно различных этапов, несколько переломных возрастов. К 11—12 годам Россини рождается как талантливый певец, к 19—20 годам становится оперным композитором. В 27-летнем возрасте он сочиняет шедевр — «Севильский цирюльник», который можно считать вершиной оперного искусства композитора. А в 37 лет полностью прекращает сочинение опер. Действительно, он рано начал и рано кончил. И переломные годы жизни также наступали с некоторым опережением. Апофеоз его творчества приходится на середину периода молодости, а уже после 34 лет, с наступлением периода зрелости, приходит творческое увядание. Прекрасный пример композитора первого типа.

Периодичность в жизни человека, наличие переломных кризисных моментов очевидны. Но характерно, что кризисные, переломные годы у мужчин и женщин не совпадают; у женщин они опережают мужские. Но ведь это и неудивительно; известно, что женщины формируются и стареют раньше мужчин. Старческие изменения у женщин начинаются на 6—8 лет раньше, чем у мужчин.

Совокупность рассмотренных фактов позволяет изобразить критические возрасты мужчин следующим рядом лет: 1, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, который отвечает ряду чисел Фибоначчи. Практически целесообразно в жизни мужчин выделить семь основных периодов, отвечающих числам Фибоначчи: до года — младенчество, 1—8 лет — детство, 8—13 лет — отрочество, 13—21 год — юность, 21—34 года — молодость, 34—55 — зрелость, 55—89 — старость. Дальше следует редко реализуемый период долгожительства — 89—144 года.

Периодичность в жизни женщин подчиняется другому ряду лет, близких к числовому ряду Люка: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123. Возрастные интервалы согласуются с более ранним развитием девочек, половая перестройка у них начинается раньше, чем у мальчиков, и к 18 годам оканчивается формирование организма. Возрастные периоды женщин аналогичны мужским, но более ранние, причем чем больше возраст, тем больше эта разница.

Интересно, что в жизни пчел, как установил известный натуралист Р. Шовен, также отчетливо выделяется семь качественно различных этапов. Несколько дней длится младенчество, и вот уже молодая пчела становится кормилицей личинок. В третий этап своей непродолжительной жизни (пчелы живут около месяца) пчела «работает» строителем, производящим воск, в четвертый — санитаркой в улье, в пятый — вентиляторщицей, проветривающей помещение, в шестой — снабжает ульи медом и в седьмой — выполняет обязанности сторожа.

Семь этапов жизни человека определяют и семь основных видов деятельности человека — от физического роста и созревания до психологического и социального становления. До периода окончания роста (21 год для мужчин и 18 лет для женщин) человек физически созревает, обучается. Затем приступает к освоению трудовой деятельности. Если исходить из законов биологического развития человека, периодичности течения его жизни, то необходимо, чтобы каждому этапу его жизни, качественно различному, неповторимому, отвечал соответствующий, наиболее подходящий вид деятельности и образ жизни. Трем основным этапам жизни взрослого человека (мужчины): с 21 до 34, с 34 до 55 и после 55 лет — должны отвечать три качественно различных вида деятельности, соответствующие психофизиологиче-

ским особенностям этих этапов жизни человека. Только это дает основу для гармонического развития человека, его наибольшей творческой отдаче.

В литературе много написано о «переходном возрасте», о «кризисных» годах, перестройке организма и т. д. у детей и так мало о периодах жизни взрослых людей, об их критических, переломных годах. А ведь переломы в физиологии, психике и мировоззрении в возрасте 21, 34 и 55 лет определяют жизненный путь взрослого человека. И если он не учитывает наличие этих трех качественно различных периодов, не перестраивает свою жизнь в соответствии с перестройкой организма, то совершает насилие над собой, травмирует психику, создает стрессовую ситуацию, снижает творческую активность и трудовую продуктивность и в конечном итоге сокращает свою жизнь.

Может быть, и А. С. Пушкин избежал бы гибели, если бы после 34 лет выехал из Петербурга, порвал со светским обществом, уединился бы в своем имении и отдался работе над историческими романами, то есть стал жить так, как того требовало его новое состояние. (Как поступил Л. Н. Толстой, уединившись в своем имении.)

После каждого переломного года человек меняется, он переходит в качественно новое состояние, как бы рождается заново. Люди давно уже обратили внимание на эту особенность развития. В Японии, например, существовал древний обычай несколько раз в жизни человека менять его имя, подтверждая этим его перевоплощения, как бы иовое рождение.

В последнее время в печати появились сообщения об «эпидемии», охватившей руководителей среднего и низового звеньев английских фирм. В расцвете сил, достигнув 38—40 лет, они внезапно охладевают к работе, впадают в депрессию. Учащаются нервные срывы, теряется деловая хватка, наступает апатия, доводящая некоторых до «профессионального самоубийства». Причиной этих кризисов считают служебный стресс, многолетнее переутомление. Но не случайно, что эта «эпидемия» начинается после 34 лет. Человек вступает в новый этап своей жизни, что требует соответствующего этому изменения образа жизни — рода занятий, занимаемой должности, места жительства, возможно, даже семейных условий. И неучет этого, пренебрежение требованиями своего организма, своего нового «я», неизбежно

приводят к кризису. Его проявление будет различным у разных людей в зависимости от условий жизни, работы и особенностей психики.

Может быть, совсем не случайно на многих японских предприятиях сотрудников «пожизненного» найма увольняют по достижении ими возраста именно 55 лет. Уволенному выдается единовременное пособие в размере 4—5-летнего заработка (пенсий в Японии как таковых нет), и его работа в фирме оканчивается. После 55 лет начинается этап старости, человек должен перестроиться на новый режим труда и отдыха; он может продолжать работать, но уже в новом качестве, на менее напряженной работе, желательно в соответствии со своими нереализованными способностями и стремлениями.

Возраст 55—89 лет — это время философского осмысления жизни, подведения итогов, время переоценки ценностей, отказа от излишеств, моды, время поиска «вечных истин», «вечных ценностей». В это время обычно «ищут не новое, а вечное». В Индии в этом возрасте часто многие даже крупные работники промышленности бросают свою работу и уходят в храмы, бродягами.

Интересно отметить, что в советах врачей о лучшем возрасте мужчин и женщин для их вступления в брак всегда рекомендуется, чтобы жена была моложе мужа, причем чем старше супруги, тем больше должна быть эта разница в возрасте. Характерно, что эти рекомендации врачей почти точно отвечают разнице в критических годах мужчин и женщин, определяемых указанными двумя рядами чисел: 21 (муж.) — 18 (жен.); 34 (муж.) — 29 (жен.); 55 (муж.) — 47 (жен.). Очевидно, гармоничный союз супругов будет в том случае, когда их кризисные годы совпадают, то есть когда они мужают и стареют синхронно.

Кризисные годы мужчин и женщин не всегда точно отвечают установленным двум рядам чисел: 1, 2, 3, 5, 8, 13... и 1, 3, 4, 7, 11 и т. д. Причиной этого могут быть индивидуальные различия, влияние внешних факторов — условий жизни человека, его окружение. Не следует также забывать, что не все мужчины, как и не все женщины являются стопроцентными представителями своего пола. Ведь между крайними, ярко выраженными (стопроцентными) представителями разных полов расположены все степени переходов от мужчин к женщинам и обратно, вплоть до существования гермафроди-

тов. Существует множество женственных мужчин и мужественных женщин, переходы между представителями различных полов постепенные, и, следовательно, разница в двух рядах кризисных периодов также может быть размыта, нивелирована. Но она существует, отражая физиологические, психологические и генетические различия мужчин и женщин.

Остается неясным — почему женщины стареют раньше мужчин, но живут дольше? Очевидно, продолжительность жизни определяется очень многими факторами и не все они достаточно изучены. Существуют десятки «теорий» о причинах старения и нет ни одной убедительной. Следует остановиться только на одной из них — биологической роли мужчин и женщин в эволюции жизни. Женщины в значительно большей степени, чем мужчины, выражают стабильность генотипа, устойчивость наследственности, чем мужчины. Мужчины же в большей степени выражают генетическую подвижность, изменчивость генотипа, его большую чувствительность к изменению внешней среды. Это находит яркое подтверждение в количестве и условиях образования половых клеток мужчин и женщин.

Английский ученый X. Дженнингс подсчитал, что мужской организм за свою жизнь производит более 300 миллиардов половых клеток, а женский – только 17 тысяч. Мужской организм самой природой предназначен для более активного восприятия изменений окружающей среды — изменений физических, экологических, социальных. Он должен более оперативно приспосабливаться к среде своего существования, изменяться и полученные изменения передавать потомству или... вымирать, оставляя «место под солнцем» более приспособленным особям.

Семь отрезков времени — это семь различных жизней, которые дает человеку природа. Они различны по физическому времени, то есть по числу оборотов Земли вокруг своей оси: первый этап длится один год, а последний (55—89 лет) — 34 года. Но биологическое время этих этапов одинаково, и первый этап (до одного года) длится биологически столько же, сколько и последний (от 55 до 89 лет).

По современным представлениям биологическое время не равно физическому, отсчитываемому по числу периодически повторяющихся процессов, например, по числу оборотов Земли вокруг своей оси. Биологическое

время отражает скорость различных процессов, протекающих в организме. Течение собственного времени у быстро и медленно живущих существ также различается. В процессе старения организма скорость метаболических процессов в нем снижается, то есть уменьшается реальное содержание биологических процессов в единицу физического времени. Таким образом, в процессе старения человека происходит замедление темпа его собственного биологического времени.

Поэтому и возникает ощущение, что с возрастом «время бежит все скорее» — ведь человек оценивает свое время как физическое. Как часто пожилые люди восклицают: «Как быстро летит время, как быстро проходят годы...» Дети никогда не произносят подобных фраз, их биологическое время протекает значительно медленнее, оно наполнено большим количеством биологических событий, отличается большей скоростью их протекания.

Вывод о замедлении собственного биологического времени и ускорении физического времени человека при старении подтвержден экспериментами. Аиглийские ученые А. Каррел и И. Эбелинг установили, что с увеличением возраста скорость заживления ран снижается. По их расчетам, произведение скорости заживления раны на возраст раненого является практически постоянной величиной. Отсюда следует, например, что в 50-летнем возрасте жизненные процессы протекают в 10 раз медленнее, а темп собственного биологического времени соответственно в 10 раз медленнее, чем в пятилетнем.

С возрастом уставший от работы человек медлениее восстанавливает свои силы. Советский ученый В. В. Леонтович указывает, что время, необходимое для восстановления сил, затраченных на одинаковую физическую работу, в 4 раза больше в 50-летнем возрасте, чем в 10-летнем. Эти данные точно отвечают «фибоначчиевой шкале» жизни мужчин. Возраст в 10 лет соответствует этапу жизни 8—13 лет, то есть 5-летнему, а возраст в 50 лет — 21-летнему этапу жизни (34—55 лет), то есть в четыре раза более длительному по физическому времени.

Выше мы писали, что организм человека развивается не равномерно, а по своей специфической временной шкале, отвечающей развертыванию ряда чисел Фибоначчи. Э. М. Сороко высказал предположение, что такой характер развития присущ не только организму чело-

века, но и «всем самоорганизующимся системам, в которых обменные процессы и течение времени имеют необратимый характер». Это относится к организмам животных, ценозам, популяциям, экологическим сообществам, а также более сложным формам организации — социальным системам. Каждой социально-экономической формации присущ свой ритм исторического (социального) времени. Можно предполагать, что исторический процесс таких формаций развертывается во времени в соответствии с законом роста «по Фибоначчи», переходя от детства к отрочеству, юности, зрелости и т. д. И если организм человека в своем развитии переживает качественные скачки — «эпицентры физиологических революций», то подобные скачки должны проявляться и в развитии общественных формаций. Может быть, в «старении» общественных формаций и следует искать причину гибели цивилизаций, исчезнувших с лица Земли загадочным образом.

РИТМЫ СЕРДЦА И МОЗГА

Равномерно бьется сердце человека — около 60 ударов в минуту в состоянии покоя. Сердце как поршень сжимает, а затем выталкивает кровь и гонит ее по телу. Предсердия сердца выполняют роль резервуара, принимающего кровь из вен, а желўдочки — насоса, ритмически перекачивающего кровь в артерии. Давление крови изменяется в процессе работы сердца. Наибольшей величины оно достигает в левом желудочке сердца в момент его сжатия (систолы). В артериях во время систолы желудочков сердца кровяное давление достигает максимальной величины, равной 115—125 мм ртутного столба у молодого, здорового человека. В момент расслабления сердечной мышцы (диастола) давление сжимается до 70—80 мм рт. ст. Отношение максимального (систолического) к минимальному (диастолическому) давлению равно в среднем 1,6, то есть близко к золотой пропорции. Случайное ли это совпадение или закономерное, отражающее гармоническую организацию сердечной деятельности?

Сердце бьется непрерывно — от рождения человека до его смерти. Его работа должна быть оптимальной, обусловленной законами самоорганизации биологических систем. Отклонения от оптимального режима вызывают

различные заболевания. А так как золотая пропорция является одним из критериев самоорганизации в живой природе, естественно предположить, что и в работе сердца возможно проявление этого критерия. Нужны были глубокие исследования, и они были проведены советским ученым В. Д. Цветковым.

При работе сердца возникает электрический ток, который можно уловить специальным прибором и получить кривую — электрокардиограмму с характерными зубцами, отражающими различные циклы работы сердца. На электрокардиограмме человека выделяются два

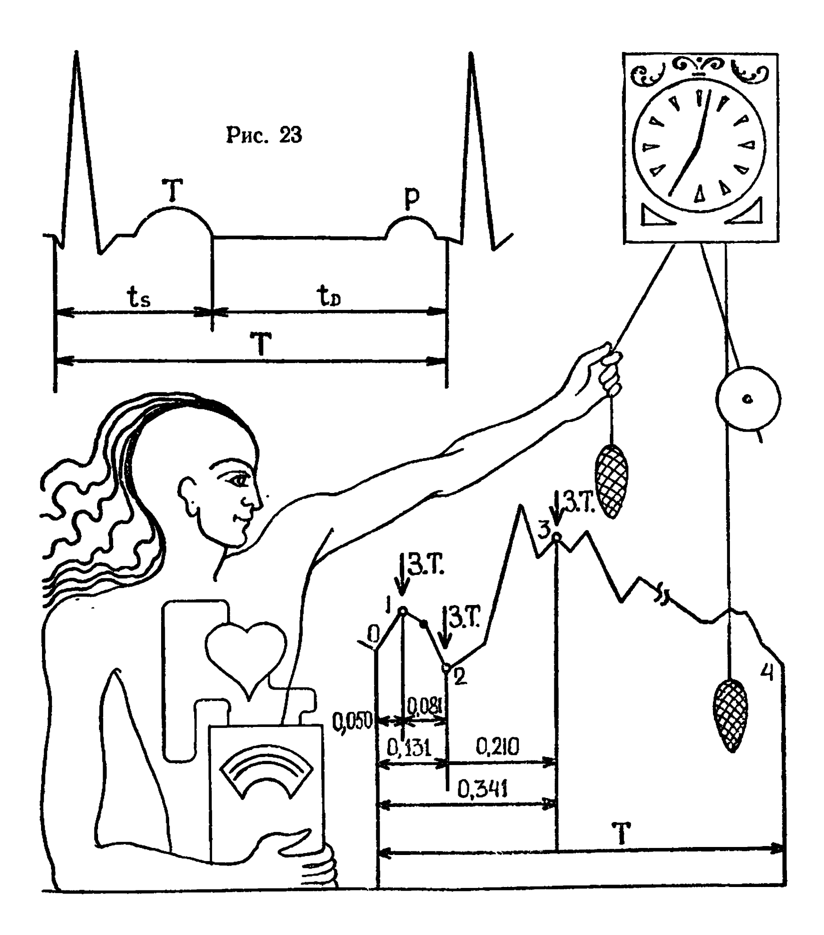


Рис. 23

Рис. 24

участка различной длительности, соответствующие систолической (t^{s}) и диастолической деятельности сердца (t_d) (рис. 23). В. Д. Цветков установил, что у человека и у других млекопитающих имеется оптимальная («золотая») частота сердцебиения, при которой длительности систолы, диастолы и полного сердечного цикла соотносятся между собой в пропорции 0,382 : 0,618 : 1, то есть в полном соответствии с золотой пропорцией. Так, например, для человека эта «золотая» частота равна 63 ударам сердца в минуту, для собак — 94, что отвечает реальной частоте сердцебиения в состоянии покоя.

Далее В. Д. Цветков обнаружил, что систолическое давление крови в аорте равно 0,382, а диастолическое — 0,618 от среднего давления крови в аорте. Доля объема левого желудочка при ударном выбросе крови по отношению к конечнодиастолическому объему у 10 видов млекопитающих в состоянии покоя составляет 0,37—0,40, что в среднем также отвечает золотой пропорции. Таким образом, работа сердца в отношении временных циклов, изменения давления крови и объемов желудочков оптимизирована по одному и тому же принципу — по правилу золотой пропорции.

В медицинской практике о работе сердца судят по пульсу. Оказалось, что пульсовые — минимальное и максимальное — давления находятся в отношении 0,365 : 0,635 : 1, то есть близком к золотой пропорции. Характерно, что это соотношение в аорте не изменяется при изменении уровня нагрузки и соответственно частоты сердцебиения.

Еще более интересные данные были получены В. Д. Цветковым при анализе активности сердечной мышцы человека. Были рассмотрены фазы активности миокарда, отвечающие интервалу сердечного цикла — от начала напряжения до окончания сокращения мышечных волокон, которые отчетливо выражены на динамокардиограмме человека (рис. 24). На этой диаграмме выделено несколько интервалов и фаз мышечной активности. Три интервала в сумме представляют фазу активного состояния миокарда. Первые два интервала (0—2) отвечают фазе подготовки к изгнанию крови, третий интервал (2—3) — фазе изгнания, а интервал (3—4) — фазе наполнения желудочков.

На кардиограмме обозначены буквами «з. т.» — «золотые точки», соответствующие точкам деления рас-

смотренных участков сердечного цикла в пропорции золотого сечения. В результате математической обработки экспериментальных данных В. Цветков получил ряд чисел, отвечающих значениям рассматриваемых интервалов и фаз относительно общей длительности (Т) сердечного цикла; они равны: $0{,}050\sqrt{T}$; $0{,}081\sqrt{T}$; $0{,}131\sqrt{T}$; $0{,}210\sqrt{T}$; $0{,}340\sqrt{T}$, то есть отражают последовательность ряда чисел Фибоначчи 5, 8, 13, 21, 34.

По мнению В. Цветкова, организация сердечного цикла в соответствии с золотой пропорцией и числами Фибоначчи является результатом длительной эволюции млекопитающих, эволюции в направлении оптимизации структуры и функций, обеспечения жизнедеятельности при минимальных затратах энергии и «живого строительного материала». Очевидно, работа сердечно-сосудистой системы по законам золотой пропорции обеспечивает гармоническое функционирование всего организма. Но ведь сердечная деятельность органически связана с высшей нервной деятельностью, с работой мозга! Не здесь ли, в высшем органе управления организма, заложены «команды» и импульсы, основанные на золотой пропорции и регулирующие деятельность различных органов?

Мозг человека представляет собой сложнейшую самонастраивающуюся систему, основным назначением которой является регуляция деятельности различных органов человеческого тела, осуществление связи человека с окружающей средой. В составе мозга различают серое и белое вещества. Серое вещество представляет собой скопление нервных клеток, белое — нервных волокон, отростков этих клеток. Нервная клетка с отростком называется нейроном. Нейроны мозга образуют разнообразные сети, взаимодействующие с помощью электрических сигналов.

Конфигурации нейронных сетей представляют собой колебательные электрические цепи. Различным состояниям мозга соответствуют электрические колебания с разными частотами.

Впервые электрические колебания в мозгу животных открыл в 1875 году англичанин Р. Кэтон, а в мозгу человека в 1925 году психиатр Г. Бергер. Записывая электрические колебания мозга, получают электроэнцефалограммы (ЭЭГ). Если о работе сердца судят по характеру электрокардиограммы, то для суждения о состоя-

нии мозговой деятельности применяют электроэнцефалограммы.

Многочисленные исследования показали, что в мозгу взрослого здорового человека при различных его состояниях преобладают электрические колебания определенных частот. Изменение активации мозга происходит не непрерывно, а только дискретно, скачками, от одного уровня к другому. Каждому состоянию мозга соответствуют свои специфические волны электрических колебаний.

Состоянию спокойного бодрствования отвечает наиболее устойчивый α-ритм с частотами колебаний преимущественно от 8 до 13 герц. Это основной ритм электрических колебаний мозга, он появляется в детском возрасте и постепенно с возрастом увеличивается с 2—3 до 8—13 гц в возрасте 8—16 лет. Наиболее медленные колебания с частотой 0,5—4 гц у Δ-ритма, характерно для состояния глубокого сна. Для Δ-ритма верхняя граничная частота достаточно стабильна и равна 3—4 гц, а пределы нижней граничной частоты изменяются от 0,2 до 1,5 гц.

При появлении неприятности или опасности в мозгу доминирует θ-ритм с частотами от 4—7 до 6—8 (по данным различных авторов). Советские ученые Я. А. и А. А. Соколовы считают, что наиболее устойчивы для θ-ритма граничные частоты колебаний 4—7 гц. Умственной работе отвечает β-ритм с граничными частотами 14—35 гц (по другим данным, диапазон частот этого ритма более широк — от 14 до 100 гц). Эмоциональному возбуждению мозга соответствует γ-ритм с граничными частотами 35—55 гц.

Нетрудно заметить, что граничные частоты ритмов мозга или точно отвечают числам Фибоначчи, или очень близки к ним, а их отношения тяготеют к золотой пропорции (отношение граничных частот β-ритма близко к квадрату золотой пропорции). Отклонения граничных частот от чисел Фибоначчи незначительны и, очевидно, находятся в пределах точности экспериментального определения колебаний мозга различных ритмов.

Кроме значений граничных частот электрических колебаний мозга различных ритмов, они характеризуются и другими величинами. Одной из таких характеристик является среднее геометрическое значение крайних частот, определяемое по формуле $f = \sqrt{f_1 f_2}$, где f_1 и f_2 —

крайние (граничные) частоты колебаний. Средняя геометрическая частота делит диапазон частот любой волны мозга на высокочастотную и низкочастотную области (полосы). Отношение этих полос есть постоянная величина для данной волны — инвариант волны. Этот инвариант Соколовы приняли за основную характеристику ритмов мозга. Для β-ритма, ответственного за умственную деятельность человека, этот инвариант оказался близким к золотой пропорции (таблица). Для γ-ритма отношения разности граничных частот (55—34=21 гц) к большей полосе (12,87 гц) с точностью до 1,7% равно отношению большей полосы к меньшей и золотой пропорции. Для других ритмов инвариант равен 1,325; 1,255; 3,273.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ МОЗГА ЧЕЛОВЕКА

Ритмы мозга	Диапазон колебаний (в герцах)	Состояние мозга человека
Δ	1,5— 4	сон
θ	4— 7	восприятие неприятностей
α	8—13	покой
β	14—35	умственная работа
γ	34—55	эмоциональное возбуждение

Когда исследователь, изучая ритмы мозга, получает ряд характеристик, он пытается найти связь между ними, найти то, что объединяет эти колебания в одну систему. Такая задача возникла и у Соколовых. Ее решение привело к созданию стройной теоретической модели электрических колебаний мозга, которая описывается простой и по-своему красивой формулой: $b^{p} - b^{q} = 1$, где p=2, 3, 4, а q=1,2. Корни этих уравнений и являются инвариантами различных ритмов ЭЭГ. Но, решая это уравнение, авторы получили шесть инвариантов, производных от золотой пропорции. Кроме известных четырех ритмов, были получены инварианты со значениями 1,272 и 1,221. Соколовы считают, что эти еще не обнаруженные опытами, но полученные в результате теоретических расчетов, инварианты характеризуют свойства гипотетических ритмов ϱ и σ. Расчеты показали, что у ϱ-ритма граничные частоты 55—118, а у σ-ритма — 118—225 гц.

Известно, что активность деятельности мозга возрастает с ростом частоты электрических колебаний. Поэтому можно предполагать, что ритмы ϱ и σ доминируют при наиболее интенсивной умственной работе — творческой деятельности мозга.

Подтверждением этой гипотезы могут служить высказывания многих ученых о характере их творческих открытий, интуитивного озарения, которое как молния пронизывает мозг. Примеры такого рода приводятся С. Ивановым. «Пробужденный как бы вспышкой молнии...» — говорит Кекуле о моменте творческого озарения. «Некоторые мысли пронизывали меня, подобно молнии», — вторит ему Майер. Отвечая на вопрос, как зарождаются идеи, Дизель говорит: «Возможно, иногда они возникают подобно вспышкам молнии». Экономист Фурье свидетельствует: «Это различие цен в двух местах одного и того же климата как молния осветило мне недостатки торгово-промышленного механизма». Очевидно, сравнение творческого акта со вспышкой молнии не случайно — оно отражает высокочастотный ритм электрических колебаний мозга, ответственный за наиболее интенсивную творческую деятельность человека.

Итак, теоретическая модель Соколовых исходит из существования семи электрических ритмов мозга (опять «священное» число «семь» — случайно ли?). Рассмотрим (подробнее) их основные характеристики — граничные и средние геометрические частоты колебаний.

Средние геометрические частоты семи ритмов мозга образуют следующий ряд величин: 2,5; 5,3; 10,2; 22,1; 43,8; 80; 162,9. Нетрудно заметить, что средняя частота каждого последующего ритма ЭЭГ в два раза больше, чем у предыдущего ритма. Это позволяет описать все семь ритмов одним рядом геометрической прогрессии 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 или общей формулой $f=2$, где $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Среднее отклонение полученного ряда чисел от соотношения средних геометрических частот ритмов мозга близко к четырем процентам. Следовательно, теоретическая модель системы ритмов мозга, описываемая геометрической прогрессией вида 2, очень точно отвечает совокупности экспериментальных данных. В эту систему ритмов органически вливаются и гипотетические ритмы ϱ и σ, наличие которых предполагают Соколовы.

Выходит, что система электрических колебаний мозга представляет собой свертывающуюся во времени спираль геометрической прогрессии, с нарастающей частотой колебаний каждого последующего дискретного уровня деятельности мозга. Но ведь эта спираль ритмов ЭЭГ отражает и эволюцию организмов. В процессе эволюции организмов от наиболее простых ко все более сложным происходило возрастание числа ритмов мозга и повышение их частоты. Не проявляется ли здесь одна из наиболее фундаментальных закономерностей развития систем, их самоорганизации и эволюции? Может быть, не случайно, что эволюция мозга и эволюция планеты в целом, выраженная в ее геологической истории, развертывались по одной и той же спирали — спирали геометрической прогрессии, отражающей самофокусировку развития, самоускорение собственного (геологического, биологического) времени систем.

И вновь, как и в характере расположения планет Солнечной системы, две основные закономерности развития (по степенной зависимости и «по Фибоначчи») взаимно переплетаются, объединяются и сочетаются в самых разнообразных вариантах.

Рождаются новые закономерности, возникают новые вопросы. Не отражает ли степенная иерархия электрических колебаний мозга некий общий принцип самоорганизации, самонастройки мозга? Какова связь электрических ритмов мозга с деятельностью сердца, других органов тела человека? Ритмы мозга и сердца отражают временную организацию человека, но корни, истоки этой организации остаются неизвестными. Может быть, следует обратиться к биохимическим особенностям организации человеческого тела, к составу его отдельных органов, особенностям структуры, химической организации? А может быть, следует искать источник ритмов сердца и мозга в иерархии биоритмов, которые наполняют весь организм, обеспечивая его жизнедеятельность? Многие биоритмы организма порождены внешними факторами — суточным периодом вращения Земли, временами года и т. д.

Кто же является дирижером многоголосой биоритмической симфонии организма, чем обусловлена частота электрических колебаний мозга и прежде всего наиболее устойчивого α-ритма?

На этот вопрос пытался ответить Н. Слуцкий. Он ис-

ходил из того, что организм любого животного, в том числе человека, представляет собой биоритмическую систему, которая складывалась в процессе длительной эволюции под влиянием внешней среды — земных и космических факторов. Следовательно, источник электромагнитных колебаний с частотой, соответствующей частоте электрических ритмов мозга, надо искать во внешней среде. Такой источник был Н. Слуцким найден. Это геомагнитное поле, имеющее частоту колебаний 8—13 герц — такую же, как и α-ритм мозга. Точно такую же частоту имеют и электростатические волны атмосферы.

Остается предположить, что под влиянием геомагнитного поля с частотой колебаний в пределах 8—13 гц в процессе эволюции организмов их мозг настроился на эту же частоту электрических колебаний. Следует лишь отождествить, как это сделал американский исследователь Мэкси, мозг с радиоприемным устройством, которое самонастраивается на частоту магнитных волн Земли. Однако Н. Слуцкий сомневается в возможности прямого воздействия внешнего магнитного поля на электрические колебания мозга.

По его мнению, электрические заряды атмосферы с воздухом попадают в бронхи, оседают на реснички и колеблются с ними с частотой 8—13 герц. При колебании электрических зарядов на ресничках образуется электромагнитное поле. Оно воздействует на митохондрии мерцательного эпителия, вызывая перенос электронов в системе АДФ—АТФ. Электрические колебания ресничек с частотой 8—13 герц передаются нервным клеткам головного мозга, вызывая в ннх устойчивый α-ритм. Н. Слуцкий предполагает, что описанная система и является «электронным сердцем», устанавливающим ритмику деятельности мозга.

Выдвинутая Н. Слуцким интересная гипотеза требует экспериментальной проверки. Она удачно согласует частоту α-ритма мозга с частотой колебаиия геомагнитного поля, но оставляет без ответа вопрос о природе других ритмов мозга. Исследования в этой области только начинаются, впереди — открытие самых сокровенных тайн организации и работы мозга человека, закономерностей его эволюции.

МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ТАЙНЫ ЖИЗНИ

Чтобы познать невидимое, смотри внимательно на видимое.

Талмуд

Важнейшей составной частью всех живых организмов являются белки. Они составляют основу кожи, мышц, хрящей, ногтей. К белкам относятся и ферменты — катализаторы разнообразных биохимических реакций, протекающих в организме. Белком является гемоглобин, переносящий кислород; антитела, выполняющие в организме защитную функцию, также состоят из белков. Недаром Ф. Энгельс определил жизнь как белковую форму существования материи.

Белки являются полимерами, состоящими из большого количества различных аминокислот. Молекулярная масса белков огромна — от 10 000 до нескольких миллионов. Характерно, что самые разнообразные белки, как утверждается во всех книгах, состоят всего из 20 аминокислот. Если бы их число равнялось 21, можно было бы увидеть в этом число Фибоначчи. Но может быть, 21-я аминокислота еще не найдена или природа еще не успела ее создать?!

Однако похоже, что природа все же «успела» создать 21-ю аминокислоту и ученые ее нашли. Совсем недавно биохимики из Франкфуртского университета обнаружили в живом белке еще одну, двадцать первую аминокислоту — аминолимонную. Ее выделяли из самых различных организмов: из тимуса теленка, из селезенки коровы и человека, из некоторых бактерий. Функции новой аминокислоты пока не выяснены, характерен ее высокий отрицательный заряд.

Каждый белок характеризуется своей специфической последовательностью расположения аминокислот. Число их в одной молекуле значительно. Так, в белковой цепи гемоглобина содержится 146 аминокислот (144 — число Фибоначчи!).

Молекулярная масса белков изменяется в очень широких пределах — от нескольких тысяч до нескольких миллионов. По характеру изменения массы белков — от самых простых до самых сложных — можно судить о закономерностях эволюции белковых молекул. Советский ученый В. А. Коломбет построил частотную кривую распределения различных белков по их массе, охватив

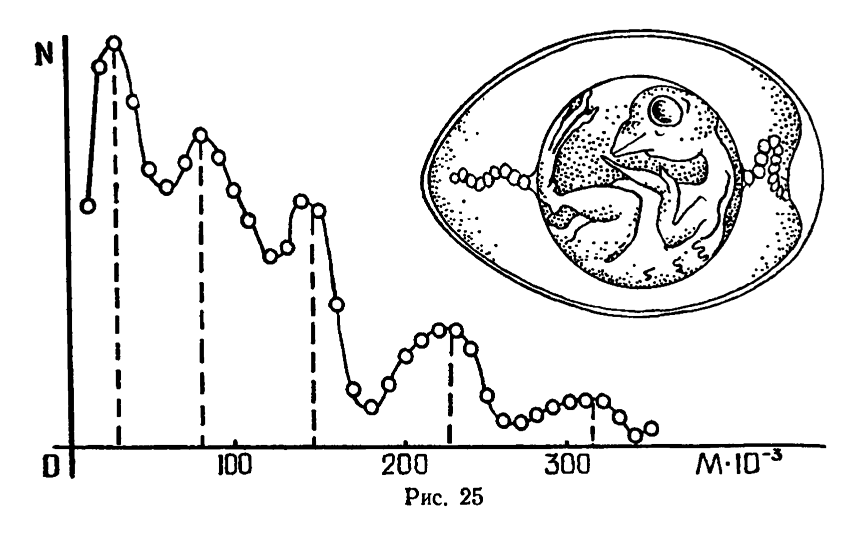


Рис. 25

белки массой от 5 до 350 тысяч единиц (рис. 25). Что характерно для этой кривой?

Прежде всего ее убывающий характер: чем больше масса белка, тем менее вероятно его образование. Но кривая распределения снижается не монотонно, не плавно. На ней отчетливо видны пики — максимумы и минимумы. В таких случаях говорят, что спектр распределения носит выраженный дискретный характер. Но и пики наиболее предпочтительных масс распределены не равномерно, наблюдается разрядка плотности их расположения. Какой же закономерности подчинено положение пиков, по какому закону происходила эволюция белков — от самых простых до все более сложных?

Пики на кривой отвечают следующим значениям предпочтительных масс: 31; 81,2; 140,6; 231; 319; 1000 единиц. Нетрудно заметить, что этот ряд величин очень близок последовательному ряду чисел Фибоначчи: 3, 8, 13, 21, 34, среднее отклонение от этих величин составляет всего 0,04. Тенденция роста предпочтительных масс белков «по Фибоначчи» выражена достаточно отчетливо, в ряду отсутствует только число 5. Но ведь и полученная кривая распределения статистическая, она может быть в дальнейшем уточнена.

Практически все биохимические реакции, происходящие в живых организмах, протекают с участием различных ферментов. Ферменты обеспечивают эффективный и удивительно тонкий механизм регуляции различных

процессов в соответствии с потребностями всего организма. Установлено, что ферменты в организмах склонны образовывать упорядоченные структуры — мультиферментные комплексы. Московский ученый Б. И. Курганов, изучая сборку таких комплексов, установил, что они образуют четыре различные композиции, в состав которых входит 1, 5, 13 и 21 молекула гликолитических ферментов. Похоже, что и эволюция ферментов осуществляется в соответствии с развертыванием чисел Фибоначчи. Отсутствие некоторых членов этого ряда может быть вызвано естественным отбором или недостаточной изученностью — ведь исследования в этой области только начинаются.

Белков в организме человека очень много, причем самых разнообразных. Их состав и свойства определяются последовательностью расположения аминокислот в полимерной цепи и структурой. Как же определяется в биохимических реакциях последовательность чередования аминокислот в белках, откуда поступает информация, «команды», определяющие синтез белков?

В настоящее время этот вопрос изучен достаточно глубоко. Оказалось, что хранилищем «плана строительства» молекул белка, вместилищем информации являются молекулы дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК) и молекулы рибонуклеиновой кислоты (РНК). Молекулы ДНК очень велики, их молекулярная масса находится в пределах от 6 до 16 миллионов. Молекулы РНК значительно меньше, их масса 20—40 тысяч единиц.

В этих громадных молекулах содержится важнейшая информация о воспроизведении, построении и жизнедеятельности организма. Даже незначительные на первый взгляд нарушения в строении этих молекул приводят к существенным нарушениям в функционировании организмов, к тяжелым наследственным заболеваниям.

Механизм кодирования наследственной информации в молекулах ДНК и РНК окончательно еще не изучен, эту грандиозную и увлекательную задачу еще предстоит решить ученым. Но основные черты химического строения и структуры ДНК и РНК уже известны. ДНК и РНК представляют собой полимеры, основное повторяющееся звено этих полимеров — нуклеотиды. Нуклеотид состоит из трех остатков: 1) остатка молекулы фосфорной кислоты; 2) остатка сахара; 3) остатка азотсодержащего органического основания с циклической структурой.

Органическими основаниями нуклеиновых кислот являются пурины и пиримидины. Они образуют пять наиболее распространенных азотсодержащих оснований — нуклеотидов, входящих в состав ДНК и РНК: цитозин (Ц), тимин (Т), урацил (У), гуанин (Г) и аденин (А).

В крохотной молекуле ДНК, такой маленькой, что ее можно увидеть только при колоссальных увеличениях электронного микроскопа, заключена громадная информация о развитии организма, информация о его форме и размерах, о его внутренних органах и их работе, даже информация о цвете глаз, радужной оболочке зрачка, линиях на коже пальцев.

Для построения только одной клетки человеческого тела необходима информация, эквивалентная содержащейся в библиотеке на 20 000 книг. Какой же гигантский объем информации требуется для синтеза каждого из многочисленных белков человеческого тела! Ведь белки печени, например, совершенно не похожи на белки волос, а таких белков в теле человека великое множество. Следовательно, для хранения всех книг, полностью описывающих строение человеческого тела, понадобилась бы библиотека в 10^{18} раз большая той, что содержит 20 000 книг.

Как же прочесть эту книгу, содержащую сокровенные тайны организма? Тысячи ученых бьются над решением этой уникальной задачи века, над расшифровкой кода генетической информации. Разгадать его — значит прочесть огромную книгу жизни. Это будет величайшим открытием в истории человечества, но невольно возникает вопрос: будет ли оно своевременным? Не будет ли это открытие направлено на цели разрушения, а не созидания, как это произошло с ядерной энергией?

Расшифровать код генетической информации — значит найти буквы, слова и предложения того языка, который изобрела природа и зашифровала в составе и структуре молекул ДНК, понять смысл, значение этих слов для развития организма.

Молекулы ДНК являются первичным носителем генетической информации. Эта информация передается с ДНК клеточного ядра на молекулы РНК. Молекула ДНК может разъединяться на две половинки, и каждая из них служит как бы матрицей для синтеза на ней молекулы РНК. Образовавшаяся молекула РНК — эта

«лестница с перилами с одной стороны» — служит, в свою очередь, матрицей для синтеза белков.

В молекулах ДНК всегда содержится приблизительно равное число нуклеотидов — единиц Т и А, а также равное число единиц Ц и Г. Пары Т и А, а также Ц и Г связаны друг с другом. Генетический код и определяется, по современным представлениям, комбинацией этих оснований в последовательности, например, АТ, АТ, ГЦ, АТ, ГЦ, АТ, ГЦ, ГЦ, ГЦ и т. д.

Сущность проблемы генетического кода сводится к познанию того, какие именно сочетания нуклеотидов приводят к кодированию соответствующей аминокислоты в структуре белка. Один нуклеотид ДНК не может кодировать одну аминокислоту, ибо разных нуклеотидов всего лишь четыре. Пар нуклеотидов также не хватает для кодирования всех 20 аминокислот, ибо таких пар может быть всего 16. Если взять комбинации по трем нуклеотидам, то получим 64 сочетания, что вполне достаточно для кодирования всех аминокислот. Единица кода, передающая при синтезе белка сведения об одной данной аминокислоте, получила название кодона.

Сейчас определены триплеты — кодоны для 20 аминокислот. При этом было установлено, что одна и та же аминокислота может быть кодирована несколькими разными триплетами. Например, глицин: ГГУ, ГГЦ, ГГА, ГГГ; аланин: ГЦУ, ГЦЦ, ГЦГ, ГЦА и т. д. Это похоже на синонимы в языке — разные слова выражают одинаковое понятие.

В синтезе молекул белка участвуют также рибосомы, молекулы транспортной РНК, АТФ и ряд активирующих ферментов. В клетках было найдено 20 разных транспортных РНК и 20 разных ферментов.

Уже давно было установлено, что некоторые общие принципы формирования сложных систем — от сочетания атомов в молекулах, молекул в клетках организма, клеток в организмах и до организмов в экосистемах — аналогичны тем принципам, по которым слова строятся из букв, предложения из слов, а сложные сообщения из фраз. Нужно найти язык генетической информации — это буквы, слова, фразы.

Посмотрим, какая система кодирования информации в языке на всех ее уровнях. Первым элементом информации в языке является звук, буква. Звуки делятся на гласные и согласные. Из букв составляют слог — со-

четание гласных и согласных звуков — основа человеческой речи. Из слогов составляют слова, причем некоторые слова состоят из одного слога. Из слов составляют предложения (фразы), из предложений абзацы, представляющие собой законченную мысль. Следующим уровнем языковой информации будет произведение — рассказ, роман, поэма, стих, книга. И, наконец, последним, наиболее высоким уровнем будет творческое наследие какого-либо автора, сумма всех его произведений.

Аналогичная иерархия уровней кодирования информации прослеживается и в генетике. Буквами здесь являются нуклеотиды (Г, А, Л, Ц, Т), слогами — триплеты, словами — аминокислоты, предложениями — белки, абзацами — клетки, произведениями — органы (сердце, печень, почки, мозг и т. д.), и, наконец, сумма всех произведений — организм. Получили семь уровней кодирования генетической информации, ее хранения и воспроизведения.

На каждом уровне генетического кодирования и передачи информации она суммируется, наследуя информацию более низких уровней, и дополняется некоторым количеством новой информации — результатом образования новых химических соединений и новых структур, как правило, более сложных. Вследствие этого информация непрерывно нарастает не только как сумма битов первичной информации, а также путем непрерывного дополнения новой информации, в соответствии с эволюцией организма — от репликации ДНК до образования клетки, органов и цельного организма.

Пока это только область гипотез, первых попыток расшифровки языка генетической информации. Возможно, что и здесь проявляются некоторые черты развития системы по мере ее усложнения в соответствии с развертыванием ряда чисел Фибоначчи. Это проявляется в уровнях кодирования:

2 — пурины и пиримидины;
2 — число пуриновых нуклеотидов;
3 — число пиримидиновых нуклеотидов;
5 — общее число нуклеотидов;
21 — число различных аминокислот («слов»);
146 — число аминокислот в белковой цепи гемоглобина (144 — число Фибоначчи).

Как видим, уже на молекулярном уровне организации различных организмов проявляются закономерности

золотой пропорции и чисел Фибоначчи. Конечно, не всегда эти проявления достаточно четки.

Очевидно, развитие молекул живого определяется действием нескольких закономерностей. Еще не выяснены, например, закономерности в числе хромосом, являющихся носителями молекул ДНК, в растениях и животных различных видов. Число хромосом здесь изменяется очень широко — от 6 у комара до 98 у речного рака. У некоторых видов число хромосом отвечает или близко числам Фибоначчи, например, 8 — у мухи-дрозофилы, 14 — у ржи, 20 — у кукурузы, 34 — у подсолнечника, саламандры, 54 — у овцы. Н. И. Вавилов установил, что все культурные пшеницы относятся к трем большим генетическим группам, резко обособленным и отличающимся различным числом хромосом (7, 14, 21). Однако является ли это случайным или закономерным — пока не выяснено.

Выше мы уже писали о спиральности как характерной черте строения организмов. Оказалось, что спиральность проявляется даже на клеточном уровне организации, в строении молекул живых организмов. Английский ученый Э. Синнот указывает в своих работах, что спиральность во многих случаях является отличительной особенностью протоплазмы; направление ее движения в клетке также спиральное. Рост самих клеток также может быть спиральным. Не случайно носители генетической информации молекулы ДНК и РНК построены по закону спирали. Советские ученые Б. Вайнштейн и Н. Киселев наблюдали, как белковые молекулы, полученные в результате «раздробления» вируса, снова собирались вместе в подходящих условиях и укладывались по правилу спирали. Естественно возникает вопрос: не здесь ли была заложена природой исходная информация спирального роста организмов?

Ученый А. Фрей-Висслинг обратил внимание на некоторые интересные закономерности строения биологических молекул, подобные филлотаксису растений. По его данным, расположение аминокислотных остатков в спиралях полипептидов (белков) определяется отношением чисел 11/3, 18/5, 29/8, 47/13 для различных молекулярных цепей. Эти отношения и задают углы расхождения аминокислотных остатков, подобно углам расхождения листьев растений. По мнению А. Фрей-Висслинга, указанные отношения чисел образуют закономерный ряд, в котором знаменатели образованы числа-

ми Фибоначчи, а числители — производным рядом Люка. Нетрудно убедиться в том, что отношение чисел этого ряда в пределе стремится к золотой пропорции плюс два. Читатель может подсчитать суммы чисел в знаменателе и числителе и получить рекуррентный ряд 4, 5, 9, 14, 23, 37, 60... Отношение рядом стоящих чисел этого ряда в пределе равно золотой пропорции.

Очевидно, уже на молекулярном уровне зародились характерные черты живого его развития и организации в соответствии со спиралью роста, золотой пропорции и числами Фибоначчи. Здесь произошел качественный скачок от организации неживой материи к организации живой. Было ли это изобретением только живой природы?

Нет. Корни жизни следует искать в недрах неживой материи. Ведь числа Фибоначчи обнаружены и в объектах неживой природы, например, в стехиометрии оксидов хрома и урана, в металлических сплавах, даже в структуре химических элементов и строения Солнечной системы. Но если в неживой природе эти закономерности носят случайный характер и не проявляются повсеместно, то живая природа положила их в основу своей организации. Характерно, что простейшие живые структуры — вирусы — сочетают в себе как бы два мира природы: в них спиральное строение органических молекул сочетается с правильной формой многогранника додекаэдра. Уже здесь, на самых ранних стадиях эволюции жизни, произошло «бракосочетание» двух форм организации — симметричной, характерной для многогранников минералов, и спиральной — столь распространенной в живой природе.

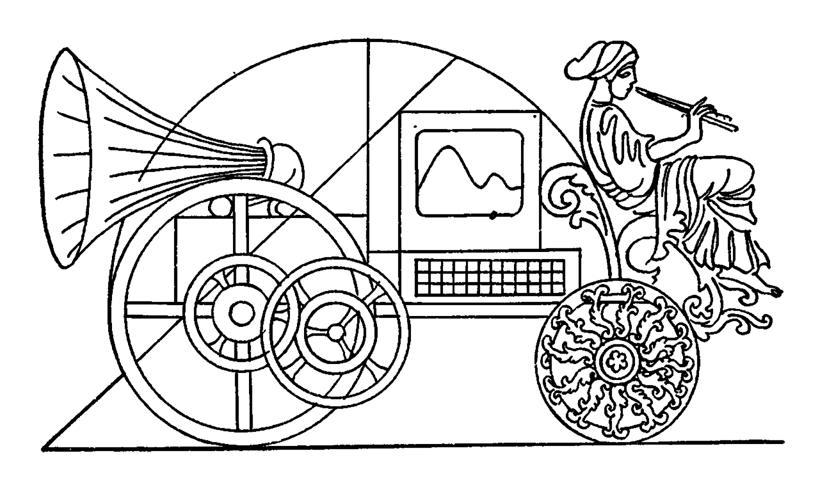
По-видимому, корни золотой пропорции в живой природе уходят глубоко, так же глубоко, как и корни самой жизни. Казалось бы, между живыми организмами и минералами — представителями неживой природы — пропасть; недаром их относят к разным «царствам» природы. Однако это не совсем так. В живых организмах встречаются и неорганические соединения, чьи правильно организованные кристаллические структуры встречаются в виде материала зубов, скелета, отложения солей, камней в почках.

Как оказалось, в живых организмах используется всего четыре минерала: апатит, кальцит, арагонит и кристобалит. Исследованиями, проведенными на кафедре палеонтологии МГУ, установлено, что минералы в орга-

низмах образуют крохотные кристаллики, которые не срастаются между собой в монолит, так как все они покрыты органическими пленками. И рост этих кристалликов идет под контролем таких пленок.

Установив этот факт, ученые выдвинули смелое предположение. Тесное сочетание органических соединений с микрокристалликами, по их мнению, является проявлением наследственности, неким «воспоминанием» органических соединений об их возникновении на ранних стадиях эволюции живого на природных минералах. Для такого вывода имеются определенные основания. Так, оказалось, что кристаллическая решетка апатита комплементарна с ДНК и коллагеном, а решетка кальцита — с аминокислотами. Комплементарность означает «дополнительность», в соответствии с которой одно вещество может служить матрицей для синтеза другого. Не здесь ли, на матрице неорганических минералов, следует искать зарождение первичного генетического кода?

Оказалось, что и четыре минерала, которые предпочла природа в создании живых организмов, выбраны не случайно. Решетки всех четырех минералов оказались связанными пропорциями золотого сечения. Не здесь ли... «начало всех начал»?



IV ЧАСТЬ
АЛГЕБРА МУЗЫКИ

...Звуки умертвив,
Музыку я разъял как труп. Поверил
Я алгеброй гармонию...

А. С. Пушкин

Давно уже ученые задавались вопросом: почему в музыкальной октаве семь основных звуков — столько же, сколько цветов в спектре солнечного света. Еще ничего не зная о природе звуков, человек интуитивно подстраивал струны так, чтобы они создавали благозвучие. Пифагору принадлежит математическое объяснение основ гармонии; по его определению, наиболее естественно воспринимаются человеком частоты, которые находятся между собой в простых числовых отношениях. Вот откуда и отношение частот в октаве 1 : 2, и благозвучное трезвучие с отношением частот 4 : 5 : 6. Уменьшая последовательно длины струн, мы получим природный звукоряд из 16 звуков, но почему же древние музыканты приняли звукоряд, состоящий из семи основных звуков, и лишь позже добавили еще пять дополнительных (так появились черные клавиши в пианино).

По свидетельству историков, древнейшая греческая лира (Орфея) имела четыре струны. Первая струна —

основа, у второй струны число колебаний относится к числу колебаний первой струны как 4 : 3 (как у катетов «священного» египетского треугольника). Это кварта основного тона. Число колебаний третьей струны по отношению к основному тону равно 3 : 2, это — квинта основного тона. Четвертая струна — октава, число колебаний у нее в два раза больше, чем у основы (как отношение катетов в треугольнике $1:2:\sqrt{5}$).

Значительно позже появилась семиструнная греческая гамма, являющаяся развитием музыкального четырехструнного строя. В семиструнной гамме отношение частот рядом расположенных звуков равно 1,12 (например, ре/до = 294/262; соль/фа = 392/349). Но очень близкое отношение имеют стороны треугольника $1:2:\sqrt{5}$, оно равно $\sqrt{5}/2 = 1{,}118 \approx 1{,}12$.

Естественно возникает вопрос: не явились ли закономерности в геометрии прямоугольного треугольника со сторонами $1:2:\sqrt{5}$ основой для разработки музыкальной гаммы? Если же связь сторон треугольника и отношения частот звуков в семиструнной гамме не случайна, то в таком случае построение музыкальной гаммы связано и с золотой пропорцией. Однако трудно допустить, что музыкальная гамма явилась итогом «научной разработки», более вероятно, что она была найдена эмпирическим путем, на основании интуиции музыкантов. Об этом свидетельствует и сообщение, недавно опубликованное в печати.

Описана интересная находка у местечка Рас-Шамра в Сирии. Здесь обнаружена глиняная табличка с музыкальной записью старинной песни. По мнению ученых, эта запись сделана... в XIV столетии до н. э., то есть за девять столетий до Пифагора.

Изучая 20 загадочных отшлифованных базальтовых камней, найденных в восточном индийском штате Орисса, немецкий археолог Пауль Юле пришел к выводу, что это не что иное, как самый древний музыкальный инструмент. По мнению ученого, эти камни являются остатками древнего ударного инструмента, похожего на ксилофон. Эти камни, по-видимому, были уложены горизонтально в деревянном корпусе. Когда звуки, издаваемые камушками при ударе, записали на магнитофон и измерили их частоту, получили «каменный звукоряд». В полном составе звукоряд каменного ксилофона охватывал четыре октавы с семью целыми тонами от до до

си и пятью полутонами. Следовательно, изобретатели этого древнейшего музыкального инструмента, созданного не раньше, чем за две тысячи лет до н. э., уже пользовались октавой, состоящей из семи основных звуков... за 15 столетий до Пифагора! Они применяли и звукоряд из семи основных звуков и пяти полутонов, известный как «темперированный звукоряд», который вошел в практику классической музыки со времен И.-С. Баха. И когда вы посмотрите на белые и черные клавиши рояля, вспомните о далеких создателях базальтового ксилофона.

Значение работ Пифагора по научному объяснению основ музыкальной гармонии трудно переоценить. Это была первая научно обоснованная теория гармонии в музыке. Познав истинность и красоту своей музыкальной теории, Пифагор пытался распространить ее на космологию; по его представлениям, и планеты Солнечной системы располагались в соответствии с музыкальной октавой. Эта гипотеза Пифагора не потеряла своей привлекательности и в более поздние времена. Так, в XVII веке поэт Джон Драйден писал:

Во всем царит гармонии закон,
И в мире все суть ритм, аккорд и тон.

Анализ гармонии в музыке не исчерпывается установлением закономерностей звучания в гамме, изучением природы благозвучных аккордов. Интересно было определить природу прекрасного в произведениях великих композиторов, определить, в чем причина их привлекательности, эстетической ценности.

Более 30 лет отдал изучению закономерностей гармонии в музыке и природе композитор М. Марутаев. Он разработал концепцию универсальной гармонии, определяющим элементом которой является выявление единых числовых характеристик — общих как для природы, так и для музыки. М. Марутаев ввел понятие о нарушенной симметрии и получил «основные числа нарушенной симметрии (S_H)»: 0,713; 0,718; 0,729 и т. д. до 0,992. Мерой нарушения симметрии композитор считает величину $2^{5/11}$, равную 1,37035..., которая, по его мнению, выражает сущность гармонии. Физикам хорошо знакомо полученное М. Марутаевым число — ведь оно в первых шести знаках совпадает с величиной $\hbar c/e = 1{,}3703598 \cdot 10^2$ (где $\hbar$ — постоянная Планка, с — скорость света, е — заряд

электрона). Эта величина известна в физике как одна из фундаментальных констант природы.

Все это очень интересно и достойно удивления, но при чем здесь музыка, может спросить читатель? Оказалось, что во многих музыкальных произведениях, изученных М. Марутаевым, соотношения частей отвечают числам нарушенной симметрии (S_H), а после их математического преобразования получается величина 1,37 — мера гармонии природы.

Теорию «нарушенной симметрии» М. Марутаев использовал для анализа музыкального темперированного звукоряда, в котором интервал между двумя до разбит на 12 частей. Центром симметрии здесь является $\sqrt{2}$. После исключения из ряда числа 2 была получена усредненная величина нарушенной симметрии, равная 1,37. Таким образом, считает М. Марутаев, установлена связь звукоряда с мировой физической константой. Путем математических преобразований композитор установил также связь золотой пропорции со значением малой секунды, равной $2^{1/12}=1,059$.

Если выводы М. Марутаева будут подтверждены дальнейшими исследованиями и найдут признание, можно будет утверждать, что природа формулирует свои законы (если не все, то некоторые) на языке музыки.

В композиции многих музыкальных произведений отмечается наличие некоторого «кульминационного взлета», высшей точки, причем такое построение характерно не только для произведения в целом, но и для его отдельных частей. Такая высшая точка крайне редко расположена в центре произведения или его композиционной части, обычно она смещена, асимметрична. Изучая восьмитактные мелодии Бетховена, Шопена, Скрябина, советский музыковед Л. Мазель установил, что во многих из них вершина, или высшая точка, приходится на сильную долю шестого такта или на последнюю мелкую долю пятого такта, то есть находится в точке золотого сечения. По мнению Л. Мазеля, число подобных восьмитактов, где подъем мелодии занимает пять тактов, а последующий спуск — три, необычайно велико; их можно без труда найти почти у каждого автора, сочинявшего музыку в гармоническом стиле.

Очевидно, такое расположение кульминационных моментов музыкальной мелодии является важным элементом ее гармонической композиции, придающим художе-

ственную выразительность и эстетическую эмоциональность мелодии. Рисунок мелодии строится по схеме: длительный период нарастания эмоционального напряжения, затем остановка и после — более краткий период спада. Может быть, ощущение гармонии такой композиции имеет психофизиологическую основу. Ведь и сердечная деятельность человека (а ведь сердце считается «вместилищем» чувств), и пульсация крови в сосудах тела подчинены такой же асимметричной ритмике, основанной на золотой пропорции. В конечном итоге музыка только тогда доставляет эстетическое, эмоциональное удовлетворение, когда гармония мелодии входит в резонанс с внутренней гармонией человека.

Характерно, что в некоторых случаях авторы музыкальных произведений смещали их вершину от точки золотого сечения, что придавало мелодиям неустойчивый характер. По мнению Л. Мазеля, это входило в намерения авторов, например, при сочинении скерцо, рондообразных финалов.

Наиболее обширное исследование проявлений золотого сечения в музыке было предпринято Л. Сабанеевым. Им было изучено 2000 произведений различных композиторов. По его мнению, временнóе протяжение музыкального произведения делится «некоторыми вехами», которые выделяются при восприятии музыки и облегчают созерцание формы целого. Такими вехами могут быть границы изменения структуры мелодии, интонационные кульминационные пункты (как положительные, так и отрицательные), изменения тональности и т. д. Все эти музыкальные события делят целое на части, как правило, по закону золотого сечения.

По наблюдениям Л. Сабанеева, в музыкальных произведениях различных композиторов обычно констатируется не одно золотое сечение, сопряженное с происходящим возле него «эстетическим событием», а целая серия подобных сечений. Каждое такое сечение отражает свое музыкальное событие, качественный скачок в развитии музыкальной темы. В изученных им 1770 сочинениях 42 композиторов наблюдалось 3275 золотых сечений; количество произведений, в которых наблюдалось хотя бы одно золотое сечение, составило 1338. Наибольшее количество музыкальных произведений, в которых имеется золотое сечение, у Аренского (95%), Бетховена (97%), Гайдна (97%), Моцарта (91%), Скрябина (90%), Шопена (92%), Шуберта (91%).

Наиболее детально были изучены Л. Сабанеевым все 27 этюдов Шопена. В них обнаружено 154 золотых сечения; всего в трех этюдах золотое сечение отсутствовало. В некоторых случаях строение музыкального произведения сочетало в себе симметричность и золотое сечение одновременно; в этих случаях оно делилось на несколько симметричных частей, в каждой из которых проявляется золотое сечение. У Бетховена также сочинения делятся на две симметричные части, а внутри каждой из них наблюдаются проявления золотой пропорции.

Интересно, что в этюдах Шопена проявляется не одно выражение золотой пропорции, а целый ряд величин, связанных этим отношением: 0,618; 0,382; 0,236; 0,146; 0,090 и 0,058; реже встречались 0,854; 0,764 и 0,472. Первый ряд из шести чисел образует геометрическую прогрессию с показателем, равным 1,618, а три других числа являются производными золотой пропорции (0,764 : 0,472 = 1,618). Мелодия как бы растет и развивается, подчиняясь закону золотой пропорции.

Характерно, отмечает Л. Сабанеев, что наиболее часто золотое сечение обнаруживается в произведениях высокохудожественных, принадлежащих гениальным авторам. Может быть, частота проявлений золотой пропорции является одним из объективных критериев оценки гениальности музыкальных произведений и их авторов? И тогда вместо споров о достоинствах той или иной музыки достаточно произвести математический подсчет? И уже не представляется случайным тот факт, что в произведениях композиторов XX века золотая пропорция встречается значительно реже, чем у их коллег прошлых веков.

В спорах о достоинствах современных музыкальных творений часто ссылаются на банальный афоризм: «На вкус и цвет товарища нет», на непонимание «старыми» ценителями новаторской музыки сегодняшнего дня, ссылкой на то, что нашему времени отвечает рок-музыка и т. п. Не будем разжигать страсти, «поверим алгеброй гармонию», проверим современные музыкальные шедевры рок-ансамблей и им подобных новаторов на критерии гармонии. И тогда можно дать вполне объективную оценку современной «новаторской» музыки. Не слишком ли часто люди ищут «новое», вместо того, чтобы искать «вечное» — гармонию и красоту?

Итак, можно признать, что золотая пропорция является критерием гармонии композиции музыкального

произведения. Тогда логично предположить, что чем точнее соответствие произведения музыки золотой пропорции, тем выше степень гармонии, а отклонение от золотой пропорции — свидетельство несовершенства музыки.

Но не будем спешить с таким заключением. В искусстве часто отклонения от правила не менее ценны, чем само правило. Не следует забывать, что золотое сечение — иррациональная величина и ее невозможно выразить отношением целых чисел. А ведь мы замеряем размер частей в целом по числу тактов и выражаем их в целых числах. Л. Сабанеев считает, что это противоречие снимается, если учесть, что «живое музыкальное произведение никогда не идет точно метрически, его метрическая координата никогда не «пропорциональна» реальному времени. И темп музыки не является постоянной величиной, а переменной функцией метрического времени». Варьируя нюансами темпа, композитор может добиться точного соответствия структуры музыкального произведения золотой пропорции.

Не в этом ли заключен секрет исполнительского мастерства музыкантов, достижения лишь немногими из них наибольшей выразительности, наибольшей силы эмоционального воздействия при использовании одной и той же нотной записи? Деформируя темп исполнения произведения в его различных частях, исполнитель реализует особенности своего исполнительского мастерства и добивается наивысшего успеха, приближаясь при этом и, в частности, к точному соответствию золотой пропорции.

МУЗЫКА СТИХОВ

Пусть опрокинет статуи война,
Мятеж развеет каменщиков труд,
Но врезанные в память письмена
Бегущие столетья не сотрут.

В. Шекспир

Многое в структуре произведений поэзии роднит этот вид искусства с музыкой. Четкий ритм, закономерное чередование ударных и безударных слогов, упорядоченная размерность стихотворений, их эмоциональная насыщенность делают поэзию родной сестрой музыкальных произведений. Каждый стих обладает своей музыкаль-

ной формой — своей ритмикой и мелодией. Можно ожидать, что в строении стихотворений проявятся некоторые черты музыкальных композиций, закономерности музыкальной гармонии, а следовательно, и золотая пропорция, и числа Фибоначчи.

Исследования поэтических произведений с этих позиций только начинаются. И начинать нужно с поэзии А. С. Пушкина. Ведь его произведения — образец наиболее выдающихся творений русской культуры, образец высочайшего уровня гармонии. С поэзии А. С. Пушкина мы и начнем поиски золотой пропорции — мерила гармонии и красоты.

Для анализа метрики стихотворений А. С. Пушкина рассмотрены его произведения периода 1829—1836 годов, периода создания наиболее совершенных стихов. Сюда вошло 109 стихов (без песен западных славян). Число строк в стихотворениях этого периода изменялось от 4 до 116. Однако большие стихотворные формы встречаются редко; число стихотворений с числом строк более 60 составило всего девять штук. Средний размер этих стихотворений составил 88 строк.

Казалось бы, величина стихотворения, определяемая числом строк, может изменяться произвольно и непрерывно от самой малой в четыре строки до самых больших, насчитывающих десятки строк. Однако оказалось, что это не так. Размеры стихов распределены совсем не равномерно; выделяются предпочтительные и редко

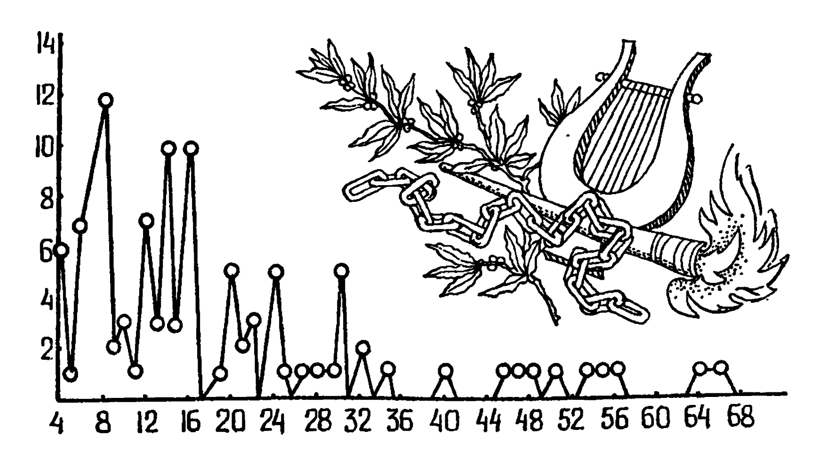


Рис. 27

встречающиеся размеры. На графике распределения стихотворений А. С. Пушкина по числу строк в них отчетливо выделяется несколько максимумов — наиболее часто встречающихся размеров (рисунок 26). Они явно тяготеют к числам 5, 8, 13, 21, 34. Причем по мере увеличения размеров стихотворений эти максимумы как бы «размываются», нивелируются. Максимум в области 46—56 строк выражен совсем слабо.

Проявляется вполне закономерная тенденция в творческой манере поэта; он явно предпочитает стихотворения, размер которых близок к числам ряда Фибоначчи. Следует учесть, что законы стихосложения требуют, как правило, наличия четного числа строк в стихотворении, так как строки попарно рифмуются. Неудивительно поэтому, что стихотворения с числом 12 и 14 встречаются значительно чаще, чем с числом строк 13. Это же справедливо и для интервала 20—22 строки.

С учетом этого правомерно сгруппировать стихотворения по их размерам к некоторым областям, расположенным около чисел ряда Фибоначчи. В результате стихотворения распределились следующим образом: 5 ± 1 строка — 14, 8 строк — 12, 14 ± 2 строки — 32, 22 ± 2 — 15, 32 ± 2 — 8 штук. Общее число этих стихотворений составило 81, или около 80% к их общему числу. С некоторой условностью к этому ряду стихотворений можно отнести и две следующие группы: 55 ± 7 строк — 7 и 89 ± 27 строк — 9 штук.

Числа Фибоначчи проявляются не только в размерах стихотворений, но и в их структуре — числе строк в стихах, числе стихов в произведении. Некоторые стихи построены по схеме 3×5, 5×3, 3×8, 5×8, 8×8. Интересно, что у А. С. Пушкина есть стихотворение с числом строк 13 и 21; то есть с нечетным числом строк, что явно не отвечает распространенным канонам стихосложения. Сюда относятся стихотворения «Сапожник», «Поедем, я готов...», «Из Ксенофана Колофонского», состоящие из 13 строк. В стихах «Он между нами жил» и «Из Пиндемонти», «К Чаадаеву» — 21 строка.

Характерно также, что наиболее выдающиеся произведения поэта, шедевры его творчества явно тяготеют к размерам 8, 13, 21 и 34 строки. К ним относятся стихи «В крови горит огонь желаний...», «Я вас любил, любовь еще, быть может...», и, наконец, одно из последних: «Пора, мой друг, пора! покоя сердце просит...», — все они состоят из восьми строк. В таких замечательных произ-

ведениях поэта, как «Сонет», «Поэту», «Мадонна», «Няне», — 13—14 строк. По 20 строк в таких известных стихотворениях, как «Храни меня, мой талисман», «Во глубине сибирских руд», «Поэт», «Когда в объятия мои», «Я здесь, Инезилья...» и в предсмертном «Я памятник себе воздвиг нерукотворный...». Пушкинские шедевры «Брожу ли я вдоль улиц шумных...», «Зимний вечер» содержат 32 строки, «Анчар» — 36 строк.

Числа Фибоначчи не только доминируют в размерах стихотворений А. С. Пушкина, они определяют во многих случаях и внутреннюю композицию стихотворений: число стихов и число строк в них. Из 106 рассмотренных стихотворений его в 54 встречаются числа 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55. В 16 произведениях стихи состояли из восьми строк (3 × 8, 5 × 8, 8 × 8). Так, в стихотворении «Моя родословная» — 8 восьмистиший, в стихотворении «Друзьям» и «Дорожные жалобы» — 8 четверостиший. Конечно, число 8 удобно для стихосложения еще и потому, что оно четное. Но ведь четными являются и числа 6 и 10, однако они встречаются в произведениях поэта крайне редко. Часто встречаются у А. С. Пушкина стихотворения с числами 5 (3 × 5, 5 × 3, 5 × 4, 5 × 5, 5 × 8, 8 × 5 строк), а ведь число 5 нечетное, что затрудняет рифмование строк. В «Ночном зефире...» 5 пятистиший, в стихотворении «П. А. Осиповой» — 3 пятистишия, аналогичную структуру имеют стихи «Прощанье», «Пью за здравие Мери...». Есть стихотворения, где число строк в стихах и число их в произведениях отвечает числам Фибоначчи. Так, стих «Чем чаще празднует Лицей...» построен по схеме 5×8, «Заклинанье» — 3 × 8, «Прощанье» — 3 × 5, «Для берегов отчизны дальной...» — 3×8, «Предчувствие» — 3×8.

Преобладание в метрике стихотворений А. С. Пушкина чисел ряда Фибоначчи никак нельзя признать случайностью, игрой слепой вероятности. Наличие этих чисел выражает одну из фундаментальных закономерностей творческого метода поэта, его эстетические требования, чувство гармонии. Характерно, что нечетные числа этого ряда 3, 13, 15, 21 затрудняют стихосложение, рифмование строк. Но поэт пользуется этими размерностями, так как они отвечают требованиям художественной формы, формы новой, необычной, оригинальной и в то же время отвечающей критериям гармонии.

В коротких стихотворениях размером в 4—8 строк, как правило, выражена одна мысль, одно эмоциональное

состояние поэта. Но стихотворения более значительные по размеру, содержащие 12—14 или 20—22 строки, очень часто включают в себя две мысли, два эмоциональных нюанса. Поэтому такие стихотворения состоят как бы из двух частей. Такое деление стихов на две части бывает симметричным — произведение делится на две равные части. Но значительно чаще части стихотворения не равны по размеру, асимметричны. В таких произведениях отношение большей части к меньшей очень часто отвечает рядом расположенным числам Фибоначчи (или близко к ним, учитывая четкость числа строк) и, следовательно, близко к золотой пропорции. Некоторые стихотворения А. С. Пушкина очень четко отвечают этой закономерности внутренней композиции.

В стихотворении «Ушаковой» 20 строк. По содержанию оно делится на две части: в 12 и 8 строк. Вторая часть начинается со строки: «Но красоты воспоминанье...»

В стихотворении «Поедем, я готов; куда бы вы, друзья...» содержится 13 строк. В нем также выделяются две смысловые части: первая в 8 строк и вторая в 5 строк.

В притче «Сапожник» 13 строк. Здесь отчетливо выделяются две части: первая в 8 строк и вторая (мораль притчи) в 5 строк.

САПОЖНИК

Картину раз высматривал сапожник
И в обуви ошибку указал;
Взяв тотчас кисть, исправился художник.
Вот, подбочась, сапожник продолжал:
«Мне кажется, лицо немного криво...
А эта грудь не слишком ли нага?..»
Тут Апеллес прервал нетерпеливо:
«Суди, дружок, не свыше сапога!»
Есть у меня приятель на примете:
Не ведаю, в каком бы он предмете
Был знатоком, хоть строг он на словах,
Но черт его несет судить о свете:
Попробуй он судить о сапогах!

Из 20 строк состоит стихотворение «Когда в объятия мои...». В нем также отчетливо выделяется две части; вторая часть начинается со строки «Кляну коварные старанья...» и состоит из 8 строк.

В стихотворении «Элегия» («Безумных лет угасшее веселье...») две части — 6 строк и 8 строк. В стихе «Нет, я не дорожу мятежным наслажденьем...» также выделяется две части размером в 6 и 8 строк.

В стихе «Он между нами жил...» 21 строка. Здесь также отчетливо выделяется две части: 13 и 8 строк (от строки: «Но теперь...»).

В одном из последних стихотворений поэта «Из Пиндемонти» («Не дорого ценю я громкие права...») 21 строка и выделяется две смысловые части: в 13 и 8 строк.

Не дорого ценю я громкие права,
От коих не одна кружится голова.
Я не ропщу о том, что отказали боги
Мне в сладкой участи оспаривать налоги
Или мешать царям друг с другом воевать;
И мало горя мне, свободно ли печать
Морочит олухов, иль чуткая цензура
В журнальных замыслах стесняет балагура.
Все это, видите ль, слова, слова, слова.
Иные, лучшие, мне дороги права:
Иная, лучшая, потребна мне свобода:
Зависеть от царя, зависеть от народа —
Не все ли нам равно? Бог с ними.
Никому
Отчета не давать, себе лишь самому
Служить и угождать; для власти, для ливреи
Не гнуть ни совести, ни помыслов, ни шеи;
По прихоти своей скитаться здесь и там,
Дивясь божественным природы красотам,
И пред созданьями искусств и вдохновенья
Трепеща радостно в восторгах умиленья,
Вот счастье! вот права...

Характерно, что и первая часть этого стиха (13 строк) по смысловому содержанию делится на 8 и 5 строк. Таким образом, все стихотворение построено по законам золотой пропорции.

После приведенного анализа стихотворений А. С. Пушкина уже не кажется простой случайностью тот факт, что его роман в стихах «Евгений Онегин» состоит из 8 глав, в каждой главе в среднем около 50 стихов (а глава 7-я состоит из 55 стихов), а каждый стих состоит из 14 строчек. Похоже, что основная схема построения «Евгения Онегина» основана на близости к трем числам Фибоначчи: 8, 13, 55. Тяготение Пушкина к этим числам очевидно и, конечно, не случайно.

Если «Евгений Онегин» является произведением высочайшего художественного уровня, то восьмая глава романа является его драгоценной жемчужиной. Эта глава наиболее совершенна, наиболее отточена, насыщена эмоционально. Структура главы многоплановая, с подъемами и спадами, апофеозом эмоционального накала и

лирическими отступлениями. В ней 51 стих плюс письмо Евгения Татьяне (5 стихов) — очень близко к числу 55. Это письмо разбивает главу на две большие части: 32 и 19 стихов; их отношение равно 1,68. Случайность? Едва ли. Скорее всего это — основной критерий гармонического построения художественного произведения: нарастание эмоционального напряжения (длительный период) — кульминация — спад (короткий период).

Во второй половине этой главы (после письма Онегина) следует нарастание усилий Онегина встретиться с Татьяной, затем встреча. Весь этот период охватывает 10 стихов, затем — исповедь Татьяны (5 стихов) и короткая концовка (4 стиха). Здесь налицо постепенное снижение «амплитуды страстей» и спокойная концовка.

Неудивительно, что поэзия А. С. Пушкина, и особенно восьмая глава «Евгения Онегина», поражают читателей своей удивительной гармоничностью, отчетливо выраженной музыкальностью. Работая над оперой «Евгений Онегин», Чайковский писал фон Мекк о Пушкине: «...силой гениального таланта очень часто врывается из тесных сфер стихотворства в бесконечную область музыки. Это не пустая фраза. Независимо от сущности того, что он излагает в форме стиха, в самом стихе, в его звуковой последовательности есть что-то проникающее в самую глубь души. Это что-то и есть музыка». Белинский писал по поводу стихотворения Пушкина «Ночной зефир...»: «Что это — поэзия, живопись, музыка? Или то, и другое, и третье, слившиеся в одно, где картина говорит звуками, звуки образуют картину, а слова блещут красками, вьются образами, звучат гармонией и выражают разумную речь...»

Тяготение к определенным стихотворным формам характерно для каждого поэта, оно и определяет его индивидуальность. Для А. С. Пушкина характерно большое разнообразие таких форм, но есть у него и наиболее излюбленные. По-видимому, сюда относится и неосознанное, интуитивное тяготение к числам 5, 8, 13, 21, 34, 55. Ведь интуиция в творчестве А. С. Пушкина была необычайно сильной и плодотворной, во многом она и определила гениальность его произведений.

Размер стиха у А. С. Пушкина, число строк в нем выступают не как произвольные величины, не как случайные, они не изменяются от наименьшей к наибольшей непрерывно, а имеют некоторые частотные максимумы, как число листьев в растениях или длина иголок у сос-

ны. И эти частотные максимумы отражают дискретный характер стихотворной формы, величины 3, 5, 8, 13, 21 оказываются предпочтительными, наиболее целесообразными для стихотворений различного содержания. Что здесь является первоосновой: содержание определяет форму или форма диктует содержание, заставляет его «втискиваться» в жесткие рамки дискретной и строго регламентированной по различным параметрам стихотворной формы?

А может быть, содержание стихов тоже дискретно? По-видимому, существуют мысли «краткие», которые в образной форме можно выразить 3—5 строками стиха, мысли «средние» по объему строк, которыми их можно отобразить, а затем — всевозможные «целочисленные» сочетания мыслей, образов, событий. Ведь многие ученые пришли к выводу о существовании единых законов организации систем. И тогда уже не кажется удивительным, что в метрике стихов А. С. Пушкина преобладают числа Фибоначчи; ведь они определяют основной принцип роста, усложнения систем, дискретности поэтических произведений, подчиняя их законам гармонии.

Другие требования стихосложения и прежде всего четность числа строк, определяемая правилами рифмования, «размывают» этот дискретный ряд величин, особенно нечетных чисел, и в произведениях А. С. Пушкина он выглядит в виде 4 ± 1; 8; 12 ± 2; 21 ± 2; 34 ± 5; 55 ± 7.

В мире поэзии много замечательных произведений, много стихов-шедевров, совершенных по форме и глубоких по содержанию. Но стихи А. С. Пушкина занимают особое место, остаются непревзойденными в русской поэзии по степени их художественного совершенства, неповторимой индивидуальности и оригинальности художественной формы. Присутствие в их метрике чисел Фибоначчи отражает не только приближение к вершинам гармонии, но и свидетельствует о разнообразии художественной формы, ее обогащении новыми, оригинальными построениями.

Все это свидетельствует о качественно более высоком уровне гармонии в поэзии А. С. Пушкина. Очевидно, и поэзия прошла тот же путь эволюции в направлении к достижению гармонии, что и архитектура — от простейших гармонических построений (квадрат и прямоугольник 1 : 2 — в архитектуре, четверостишия — в поэзии) до вершин гармонического Олимпа, где царит золотая

пропорция. Очевидно, поэтическая форма развивалась исторически в направлении от наиболее простых построений ко все более сложным.

Простейшими стихотворными формами были симметричные, четные, «квадратные формы», с простыми ритмическими сочетаниями, равномерной, однообразной ритмикой. В процессе эволюции формы усложнялись, дополнялись закономерностями золотой пропорции, чисел Фибоначчи, проявлениями асимметрии, сложными ритмическими построениями.

Это естественный путь развития — от более простого к более сложному, от простых симметричных форм, придававших стихотворениям законченность, устойчивость формы, красоту совершенного (но мертвого!) кристалла, к более сложным асимметричным, динамичным построениям, придающим форме подвижность, жизненность. Поэт нередко сознательно идет на «разупорядочение» заданной стихотворной формы, делает отклонения от нее нормой стихосложения.

В качестве примера можно привести анализ стихосложения в пушкинском «Евгении Онегине», выполненный В. Н. Тростниковым. Этот роман написан четырехстопным ямбом с ударением на втором слоге. Вот как выглядит строение отрывка из «Евгения Онегина»:

Я помню море пред грозою:	бубубубуб
Как я завидовал волнам,	уббуббу
Бегущим бурной чередою	бубубббуб
С любовью лечь к ее ногам!	бубубубу

(у — ударный слог, б — безударный).

Как видно, в этом отрывке схема ямба далеко не идеальная, наблюдаются различные отклонения от идеальной модели ямба. В конце строки появляется безударный слог. В «онегинской» строфе, состоящей из 14 строк, этот дополнительный слог употребляется 6 раз — в 1, 3, 5, 6, 9 и 12-й строках. Случайны ли эти отклонения или закономерны?

Можно предположить, что поэт вынужден делать различные отступления от теоретической модели стиха, так как в нее не всегда удается вместить все разнообразие мыслей, которое стремится выразить поэт. В этом случае небольшая ломка структуры стиха является неизбежным злом, проистекающим от недостаточной приспособленности русских слов к ритмическим ограничениям стихотворного размера. Перебирая подходящие по смыс-

лу слова, поэт выбирает то из них, которое дает наименьшую погрешность, если ему не удается найти слово, точно входящее в жесткую матрицу стихотворной формы.

Однако В. Тростников приходит к твердому убеждению, что «Пушкин не только не ставил перед собой задачи соединить рифмой одинаковые по ритмическому рисунку строки, но всячески избегал такого соединения, следил за тем, чтобы сопоставлялись между собой обязательно разные формы. В отдельных случаях одинаковая форма все же ставится в соответствие друг другу, но таких случаев мало».

Именно отклонение от идеального ритма, предписываемого заданной схемой стихосложения, делает стих живым — энергичным, подвижным, раскованным. У каждого выдающегося поэта существуют свои способы «разупорядочения» стиха, придающие ему неповторимую индивидуальность. Английский искусствовед Герберт Рид пишет: «Хорошо известно, что совершенно правильный размер в стихах звучит столь монотонно, что становится невыносимым. Чтобы избежать этого, поэты разрешают себе вольности: в рамках размера переставляют местами стопы и применяют в ритме контрапункт. Результат — несравненно большая красота».

Аналогичное явление в музыке носит название синкопы. Оно выражается в том, что исполнитель музыкального произведения нередко затягивает отдельные такты, перемещает ударения и даже «фальшивит». Эти нарушения стройного порядка в музыке выполняются сознательно и служат средством индивидуализации исполнения и придания музыке большей выразительности.

В метрике и композиции стихов А. С. Пушкина сосуществуют два начала, обеспечивающие их гармонию: симметрия и асимметрия. Симметрия стихотворений выражается в четном числе рифмованных строк, в наличии 4-, 6- и 8-стиший, в парном количестве стихов в произведениях. Некоторые стихотворения симметричны по смысловому содержанию, которое делит их на две равные части (например «Город пышный, город бедный...», «Счастлив тот, кто избран своенравно...», «И. И. Пущину» и др.). Простота симметричных построений придает стихам красоту упорядоченности, легкость восприятия, строгость и монументальность.

Различные формы асимметрии проявляются в существовании непарного числа строк, наличии структур сти-

хосложения 3×5, 5×3, 5×7 и т. п., несимметричном расположении кульминационных моментов, границ раздела стихотворений на различные по содержанию или интонации части. Асимметрия придает стихам живость, подвижность, повышает эмоциональное воздействие. Одним из выражений асимметрии в метрике и композиции стихов является золотая пропорция, подчинение метрики числам Фибоначчи. Как известно, числа Фибоначчи отражают особенности роста живого, эти же особенности проявляются и в рождении, и росте стихотворных творений поэта. Сочетание этих двух основ гармонии и порождает удивительное разнообразие художественных форм в поэзии А. С. Пушкина.

Анализируя эти закономерности стихосложения, нельзя не вспомнить аналогичные закономерности в композиции музыкальных произведений. Ведь и там в основе композиций лежит сочетание симметричных и асимметричных конструкций, причем последние очень часто отвечают золотой пропорции.

Только ли стихотворения А. С. Пушкина тяготеют в своих размерах к числам Фибоначчи?

Конечно, нет. И у других поэтов проявляется тяготение размера стихов к 8, 13, 21 строчкам, но ни у одного из русских поэтов эта тенденция не выражена так отчетливо, как у А. С. Пушкина. Стихотворения В. Брюсова отличаются совершенством своих форм. И неудивительно, что в их размерности также проявляются числа Фибоначчи. Было проанализировано 360 стихотворений поэта из его двухтомника (1987 г.); эти стихи охватывали период от 1882 до 1912 года (до стр. 342). Только в трех стихотворениях число строк составило 70, 85, 90 (что в среднем близко к числу Фибоначчи 89). Остальные стихотворения содержали значительно меньше строк — от 8 до 36 и крайне редко несколько больше.

Среди рассмотренных стихотворений В. Брюсова явно преобладают те, в которых число строчек равно или близко к числам Фибоначчи. Они распределены следующим образом: стихотворения с числом строк 8 — 25 шт. (7%), с числом строк 13±1 — 77 шт. (21,5%), с числом строк 21±1 — 70 (19,6%) и с числом строк 34±2 — 36 шт. (10%). Общее число этих стихотворений составило 208 шт., или 58%. К остальным относятся стихотворения с числом строчек 10, 14, 16, 18, 24, 26, 28, 31, 32 и т. д. Поэт явно предпочитал стихотворения с числом

строк 8, 13±1, 21±1 как наиболее оптимальные для выражения мыслей и чувств.

Конечно, рождение стихотворений с числом строк 13 и 21 маловероятно, ведь законы стихосложения диктуют четное число строк. Поэтому так часто в стихотворениях поэта встречаются стихи с числом строк 12 и 14, 20 и 22, тяготеющие к числам Фибоначчи.

Интересно, что многие стихотворения В. Брюсова, причем из числа наиболее замечательных, построены по схеме 2 × 4, 2 × 3. Примером может служить «Сонет к форме».

Есть тонкие властнтельные связи
Меж контуром н запахом цветка.
Так бриллиант невидим нам, пока
Под гранями не ожнвет в алмазе.
Так образы изменчивых фантазий,
Бегущие, как в небе облака,
Окаменев, живут потом века
В отточенной и завершенной фразе.
И я хочу, чтоб все мои мечты,
Дошедшие до слова и до света,
Нашли свои желанные черты.
Пускай мой друг, разрезав том поэта,
Упьется в нем и стройностью сонета,
И буквами спокойной красоты!

Стихотворение состоит из явно выраженных двух частей: первая часть из 8 строк и вторая из 6. А ведь отношение 8 : 5 — это числа Фибоначчи и золотая пропорция. Требования четности строк слегка исказили эту пропорцию, но от этого совет В. Брюсова не потерял своей прелести.

За длительную историю поэзии в ней прочно утвердились некоторые устойчивые стихотворные формы, например, газель — в иранской поэзии, танка — в японской. Из этих поэтических форм особенной популярностью и распространенностью пользуется сонет. Появился он в Италии еще в XIII веке и получил распространение во многих странах.

Наиболее устойчивые структурные признаки сонета — это стабильный размер — четырнадцать «магических» строк; четкое деление на две части: первая часть состоит из двух четверостиший (катрена), а вторая часть — из двух трехстиший (терцета). Похоже, что многие века отшлифовали форму сонета, подчинив ее закономерностям чисел Фибоначчи и золотой пропорции. Общее число строк в сонете близко к числу Фибоначчи

13 и отличается от него лишь на единицу в силу основного требования стихосложения — рифмованию строк, что определяет их четное число в сонете.

Асимметрия построения сонета соответствует медленному «подъему» темы (8 строк) и затем более быстрому ее «спуску» (6 строк). Многие исследователи указывали на внутреннюю диалектику структуры и содержания сонета; две его части выступают как диалектические противоположности. И эти части не равны, они соотносятся по правилу золотой пропорции. Очевидно, указанные закономерности формы сонета, его устойчивая конституция, сохранившаяся в веках, обусловлены именно тем, что в ее основе лежит великая гармония формы, отвечающая золотой пропорции.

У многих других поэтов в метрике стихосложения закономерности золотой пропорции и чисел Фибоначчи встречаются редко. Так, у С. Есенина преобладающая часть стихотворений построена из четырехстрочных стихов. Из 164 рассмотренных стихотворений поэта 88% представлено стихами со структурой $n \times 4$, где n изменяется от 3 до 14. Чаще всего встречаются стихотворения типа 4×4, 5×4, 6×4 и 7×4. При всей певучести и благозвучности стихов С. Есенина их структура построения довольно однообразна, примитивно симметрична и не идет ни в какое сравнение с разнообразием и гармоничностью пушкинских поэтических форм.

В произведениях Г. Гейне также преобладают стихотворения, построенные из четырехстрочных стихов. Из 213 изученных стихотворений 173 имели структуру 2×4, 3×4, 4×4, 5×4. Всего в 20 стихотворениях проявилась метрика чисел Фибоначчи.

Академик Г. В. Церетели, изучая структуру поэмы Шота Руставели «Витязь в тигровой шкуре», решил заменить каждое слово числом, равным количеству слогов в нем. Получился перевод поэмы на числовой язык. Анализируя этот перевод всех 6348 шестнадцатисложных строк, он обнаружил в структуре произведения золотое сечение, выраженное в сочетании чисел 3, 5 и 8.

А. С. Сонин обнаружил золотую пропорцию в композиции диалога Платона «Федр». Здесь главная первая часть произведения содержит в оригинале 1045 строк, а вторая часть — 645 (1045:645=1,62). Трудно сейчас сказать, была ли такая композиция создана Платоном осознанно и намеренно или же интуитивно, на основании художественного вкуса.

В поэме Данте Алигьери «Божественная комедия» на первый взгляд преобладают симметричные построения. В трех частях поэмы содержится почти равное число строк: «Ад» — 4720, «Чистилище» — 4755 и «Рай» — 4758. Поэма написана терцинами — трехстрочным стихом, где рифмуется первая и третья строки первой терцины, а вторая строка — с первой и третьей строкой второй терцины. Однако весьма интересно, что каждая часть поэмы состоит из 33 песен и одна песня является вступлением ко всей поэме. Нетрудно заметить здесь тяготение к числу Фибоначчи 34, а если разделить число строк в каждой части поэмы на число песен, получим почти точно 144 — еще одно число ряда Фибоначчи. Едва ли это случайное совпадение.

Установленные закономерности в метрике и композиции стихотворений А. С. Пушкина и В. Брюсова открыли еще одну сторону их творческого метода, еще одну тайну их художественного мастерства. Но речь пока шла о поэзии, а поэзия так близка музыке, а в музыке одной из основ гармонии является золотая пропорция. Прослеживается логическая преемственность закономерностей гармонии. А в прозе? Будут ли здесь те же законы композиции, ведь проза на первый взгляд так далека от ритмики и мелодичности музыкальных произведений?

Обратимся вновь к произведениям А. С. Пушкина. Рассмотрим композицию «Пиковой дамы». В этой повести кульминационным моментом является сцена в спальне графини, куда проник Германн в надежде узнать тайну трех карт, сцена, которая оканчивается смертью графини. В повести (издания 1978 г.) 853 строки. Кульминационный момент повести — это смерть графини. Ему отвечает 535-я строка: «Потом покатилась навзничь... и осталась недвижима». Эта строка расположена в повести почти точно в месте золотого сечения, так как 835:535=1,6. Читатель может возразить, что кульминационным моментом является восклицание Германна: «Старая ведьма! Так я ж заставлю тебя отвечать» — или момент, когда Германн убедился, что она умерла. Не будем вдаваться в мелкие детали этой сцены, тем более что речь идет здесь о разнице всего в несколько строк.

Есть все основания утверждать, что кульминационная сцена расположена точно в золотом сечении повести. Ведь расчет по числу строк носит приближенный и формальный характер. Правильно учитывать не количе-

ство строк, а временну́ю продолжительность каждой части с учетом интонаций, изменения темпа действий. Кроме того, остается неясным, следует ли учитывать в расчете объема произведения эпиграфы. Ведь они также несут определенную смысловую нагрузку и вплетаются в композиционную канву. Наличие золотой пропорции и определяет основной план композиции «Пиковой дамы», придает ей гармоническую асимметричность: медленное нарастание эмоционального напряжения повествования, кульминация — смерть графини и постепенный спад эмоционального накала во второй части повествования.

Повесть «Пиковая дама» состоит из шести глав. Посмотрим, не проявляется ли в композиции глав золотая пропорция? В первой главе золотому сечению отвечает 68-я строка (всего в главе 110 строк): «Сен-Жермен задумался». Но ведь это же узловая точка повествования, в ней переломный момент всей главы: откроет ли Сен-Жермен свою тайну графине, выручит ли ее, избавив от огромного карточного долга, или... графиня будет обречена на разорение и позор.

Вторая глава повести содержит 219 строк. Золотое сечение здесь приходится на 135-ю строку: «Однажды — это случилось два дня после вечера, описанного...» Но ведь это кульминационный момент главы, Лиза увидела в окне стоящего на улице Германна! Отсюда начался для нее новый отсчет времени, начались события, определившие всю ее дальнейшую судьбу. А. С. Пушкин совершенно точно определил это место во второй главе в золотом сечении — будто по калькулятору рассчитывал число строк; ведь 219:135=1,62.

Третья глава повести описывает усилия Германна попасть в дом старой графини, выведать у нее тайну трех карт. С помощью Лизы он проникает в дом графини, прячется в темном кабинете и ждет возвращения графини. «Он был спокоен; сердце его билось ровно, как у человека, решившегося на что-нибудь опасное, но необходимое. Часы пробили первый и второй час утра, — и он услышал дальний стук кареты. Невольное волнение овладело им. Карета подъехала и остановилась».

Последняя фраза начинает новый отсчет времени для Германна (и для графини). Эта фраза приходится на 131-ю строку третьей главы, а всего в ней 212 строк. Разделив 212:131, мы получим точно золотую пропорцию (212:131=1,618)! Это поразительно! Какое фанта-

стически точное интуитивное (!) владение поэтом законами гармонической композиции!

В четвертой главе размером 113 строк золотая пропорция приходится на 70-ю строку: «Лизавета Ивановна выслушала его с ужасом». Это также переломный, трагический момент в жизни Лизы. Она вспомнила слова Томского: «У этого человека по крайней мере три злодейства на душе!» Она поняла с ужасом, что Германн виновник смерти графини, что Германна влекла не любовь к ней, а жажда денег.

В V главе описано посещение Германном похорон графини. Германн был «чрезвычайно расстроен» видом покойницы. В трактире он много выпил. «Возвратясь домой, он бросился, не раздеваясь, на кровать и крепко заснул». Эта 46-я строка пятой главы разделила повествование на две части: первая — похороны графини и приход к ней Германна и вторая — сон Германна, во время которого к нему явилась графиня и назвала три заветные карты — тройка, семерка, туз. Эта 46-я строка также отвечает золотой пропорции, ведь всего в этой главе 75 строк (75:46=1,63).

В последней главе повести кульминационный момент заключен в возгласе Германна: «Старуха!», который приходится на самый конец — на 5-ю строку от заключительной части повествования. Золотая пропорция приходится на 77-ю строку: «Германн выпил стакан лимонаду и отправился домой», которая завершает описание первого дня игры Германна в карты и первого его выигрыша. Как видим, и в композиции последней главы повести присутствует золотая пропорция.

Золотая пропорция присутствует и в композиции других произведений А. С. Пушкина. В рассказе «Станционный смотритель» 377 строк. Кульминационный момент рассказа — это известие о том, что дочь смотрителя уехала с гусаром. Этот момент отражен во фразе: «Старик не снес своего несчастья; он тут же слег...», которая является 214-й строкой. Точное соответствие золотой пропорции приходится на 233-ю строку — очень близко к 214-й. Впрочем, возможен и другой вариант: кульминация рассказа — это решение смотрителя ехать к обидчику-гусару («Смотритель решился к нему явиться»), которое выражено в 234-й строке рассказа; здесь точное соответствие золотой пропорции.

Повесть «Метель» состоит как бы из двух частей: первая относится к описанию любви Маши и Владимира,

их неудачного венчания. Она оканчивается тяжелой болезнью Маши — это 194-я строка — почти точно половина повести, в которой всего 394 строки. В первой части кульминацией является потеря Владимиром дороги, чему причиною была метель: «Наконец он увидел, что едет не в ту сторону» — это 123-я строка, она очень близка золотой пропорции (194:1,618=120).

Вторая часть посвящена истории знакомства Маши с полковником Бурминым, их любви, и кульминация здесь — объяснение Бурмина в любви к Маше. Это 324-я строка повести, или 130-я строка второй ее части, что также очень близко золотой пропорции (200:1,618=124). Таким образом, это произведение Пушкина состоит из двух почти равных частей и в каждой части кульминационный момент расположен в точке золотого сечения.

В маленьком рассказе «Гробовщик» всего 229 строк. Рассказ начинается с описания переезда гробовщика на новую квартиру, знакомства с соседом-сапожником, который пригласил его на свою серебряную свадьбу. На свадьбе сапожник перепил и, придя домой, «отправился на кровать и вскоре захрапел». Со следующей, 139-й строки начинается описание страшного сна гробовщика. И здесь переломный момент рассказа приходится почти точно на золотую пропорцию (229:1,618=141 строка).

Совпадение кульминационных моментов в произведениях прозы у А. С. Пушкина с золотой пропорцией удивительно близкое, в пределах 1—3 строк. Чувство гармонии у него было развито необыкновенно, что объективно подтверждает гениальность великого поэта и писателя.

Повесть «Пиковая дама» была написана в 1833 году, в переломный период, когда поэту исполнилось 34 года. До гибели оставалось всего три года. Еще будет написана «Капитанская дочка», «Египетские ночи» (а в последний год прекрасное стихотворение «Поэт идет, открыты вежды...», в котором точно 34 строки) и десятки замечательных стихов, где так отчетливо проявляются числа Фибоначчи и золотая пропорция.

И не случайно одно из последних произведений А. С. Пушкина, его завещание, написанное незадолго перед смертью, «Я памятник себе воздвиг нерукотворный...», состоит из 20 строк, а последнее стихотворение поэта — «От меня вечор Леила...» — из 14 строк. Вся

жизнь поэта была подчинена движениям его души, стремлению к гармонии во всем: и в личной жизни, и в творчестве.

Изучение многих произведений архитектуры, скульптуры, живописи свидетельствует о преобладании в них симметричных композиций. Симметричны древние храмы, скульптурные произведения Греции, картины эпохи Возрождения и более поздней классики. Вспомним Парфенон, русские храмы, Лаокоона, Канова «Три грации», Рубенса «Сусанна и старцы», Рафаэля «Святое семейство», Веронезе «Оплакивание Христа».

Наличие в их композиции симметричных построений придает цельность, стабильность, монументальность, красоту упорядоченности произведениям искусства. Но эти же особенности композиции делают ее неподвижной, «мертвой», лишенной динамичности, развития, жизни. Симметрия отражает застывшую, мертвую красоту творений, недаром она наиболее отчетливо выражена в неживой природе, а в живой всегда приближенна, искажена, сосуществует с асимметрией.

Симметрия в произведениях искусства выражала наиболее простые, ранние представления о гармонии. С развитием культуры художники искали более сложные формы и принципы гармонии, которые бы выражали подвижность, динамичность композиций. Если симметрия предполагала равенство частей в целом, то в позднейших произведениях искусства им на смену пришла асимметрия, неравенство частей в целом. Частным случаем такой асимметрии и явилась золотая пропорция. Наличие золотой пропорции в композиции произведений художников придавало им гармоническую законченность, совершенство и одновременно подвижность, динамизм, оживляло композицию.

Характерным примером такого рода могут служить картины известного японского художника Хокусая. На его многочисленных картинах сотни раз встречается изображение Фудзи — священной горы японцев. Сама гора вулканического происхождения почти строго симметрична, но ее изображение нигде не встречается в центре картин, всегда смещено, что делает композицию асимметричной, придает ей подвижность. Во многих случаях асимметрия в композициях картин Хокусая довольно точно отвечает золотой пропорции. Примером могут служить картины «Фудзи и путники», «Мост «Парчового пояса», «Фудзи в грозу» и удивительно лирический

пейзаж картины «Перевал Инуме в провинции Кай». Все эти картины отличаются гармоничностью, художественной выразительностью.

Многие исследователи находили проявления золотой пропорции в произведениях великих художников. Речь идет не о пропорциях обнаженного тела, а о композиционных основах произведений живописи. Очень оригинальный анализ одной из картин принадлежит кинорежиссеру С. Эйзенштейну. Он рассмотрел композицию картины Сурикова «Боярыня Морозова».

Прямоугольник картины как бы рассекается диагональю восходящего движения боярыни, ее духовного вознесения. Фигура Морозовой является композиционным центром картины. Она, пишет С. Эйзенштейн, «скована точкой высшего взлета и точкой низшего спадания сюжета картины. Это взлет руки Морозовой с двуперстным крестным знамением как высшая точка. И это — беспомощно протянутая к той же боярыне рука, но на этот раз — рука старухи, нищей странницы, рука, из-под которой вместе с последней надеждой на спасение выскальзывает конец розвальней. Это две центральные драматические точки «роли» боярыни Морозовой: «нулевая точка и точка максимального взлета. Единство драмы как бы прочерчено тем обстоятельством, что обе эти точки прикованы к решающей центральной диагонали, определяющей весь основной строй картины».

Как указывает С. Эйзенштейн, «низшая точка» отстоит точно на 0,618 от левого края картины. «Высшая точка» картины Сурикова — поднятая рука боярыни, не находится от правого края картины на расстоянии золотой пропорции. Второе золотое сечение, отстоящее от правого края картины, проходит не через руку боярыни, ни даже через голову или глаз, а оказывается перед ртом боярыни. На первый взгляд здесь кажущиеся противоречия: наиболее важная, кульминационная деталь картины, выражение максимальной эмоциональности, — лицо и рука боярыни — расположены не на золотом сечении, последнее проходит по воздуху, перед ртом боярыни. И здесь С. Эйзенштейн выдвигает смелую и оригинальную гипотезу. Он приходит к выводу, что золотое сечение «режет» по самому главному в картине... оно проходит по слову, которое летит из уст боярыни Морозовой. «Ибо не рука, не горящие глаза, не рот — здесь главное. Но огненное слово фанатического убеждения. В нем, и именно в нем — величайшая сила Морозовой.

Суриков... приковывает внимание не только к ее лицу, но как бы и к самим словам пламенного призыва, вырывающегося из ее уст».

Логика гипотезы С. Эйзенштейна очень убедительна, ее трудно опровергать, как, впрочем, трудно и достоверно ее доказать. Важно то, что установленные С. Эйзенштейном композиционные пропорции, о которых Суриков, очевидно, и не предполагал, творя свое бессмертное произведение, объясняют тайну эмоционального воздействия картины на зрителя, тайну «колдовской силы» произведения живописи.

С легкой руки какого-то автора из одной книги в другую кочуют сведения о том, что золотая пропорция широко распространена в предметной среде, она проявляется в размерах картин художников, книг, конфетных коробок и почтовых открыток. Однако достаточно произвести несложные замеры, чтобы убедиться в ошибочности этих представлений. Среднее отношение сторон почтовых открыток очень близко к 1,414, что отвечает $\sqrt{2}$. Соотношение размеров ученических тетрадей близко к 1,2, или $^6/_5$.

Соотношения размеров картин различных художников изменяются весьма значительно, есть картины «вертикального» типа с отношением сторон 2:1 и «горизонтальные» с отношением сторон 1:2, квадратные, круглые, овальные и прямоугольные с различным отношением сторон.

Для изучения их размеров нужен статистический анализ. В этом анализе важны две характеристики — среднее соотношение сторон и характер распределения этого соотношения, частотная характеристика. В 100 картинах Рубенса среднее отношение сторон оказалось равным 1,40. Кривая распределения отношений сторон близка к вероятностной, почти симметрична. В 95 рисунках Рубенса среднее отношение составляет 1,43, в 63 рисунках Хокусая — 1,42, в 46 картинах Сальвадора Дали — 1,40, в 50 картинах Гойи — 1,49, в 81 картине Врубеля — 1,59. Характерно, что, в отличие от Рубенса, в спектре картин Гойи и Врубеля нет симметрии, здесь проявляется несколько максимумов. Не является ли это проявлением творческих переломов в жизни художников, раздвоением психики, уходом от гармонических пропорций? Ведь для обоих художников характерны душевные кризисы, которые, возможно, и нашли отражение в спектре распределения пропорций их картин?

В 567 картинах нашего современника, художника И. Глазунова, среднее отношение размеров равно 1,5. На частотной кривой, рассчитанной для 400 картин художника, отчетливо проявляется два максимума: один при отношении сторон около 1,42 (то есть $\sqrt{2}$) и второй — при отношении, равном 1:2. Размеры картин, преобладающие в творчестве И. Глазунова, отвечают пропорциям прямоугольника «два квадрата» или треугольника со сторонами $1:2:\sqrt{5}$.

Как видим, соотношение сторон в картинах различных эпох и различных художников никак не отвечает золотой пропорции. Более того, большинство художников в своих произведениях явно избегают этого отношения размеров картин, предпочитая отношение сторон 1,4—1,42, что отвечает $\sqrt{2}$. Очевидно, это не случайно. Ведь величина $1{,}414=\sqrt{2}$ отвечает диагонали квадрата со сторонами, равными единице, или гипотенузе треугольника с такими же сторонами. Отношение $1:\sqrt{2}$ также не лишено эстетической ценности и часто применяется в пропорциях архитектурных сооружений.

В наше время родился новый вид искусства — кино, вобравший в себя драматургию действия, живопись изображения, музыку сопровождения. У кинофильмов свои специфические особенности композиции, свои требования к форме и содержанию. Но ведь основы гармонии одни, они должны проявляться во всех видах искусства, если это действительно высокое искусство, а не примитивный развлекательный ширпотреб. В выдающихся произведениях киноискусства правомерно искать и проявления золотой пропорции. Очевидно, первым это сделал создатель шедевра мирового кино «Броненосец Потемкин» С. Эйзенштейн.

Анализируя композицию своего фильма «Броненосец Потемкин», он отмечает господствующую роль в ней золотой пропорции. «Нулевая точка» движения фильма сосредоточена в картине мертвого Вакулинчука между концом второй и началом третьей части пятиактного фильма. Точка апогея фильма — красный флаг на мачте восставшего броненосца. Как отмечает С. Эйзенштейн, красный флаг взвивается в точке золотой пропорции, отсчитываемой от конца фильма. Золотая пропорция в композиции фильма проявляется не только для всего фильма в целом, но и для каждой из его пяти частей. В этом видится одна из основных причин непре-

ходящей художественной ценности фильма «Броненосец Потемкин». В построении композиции фильма С. Эйзенштейн сумел воплотить основной принцип гармонии — деление целого на части в соответствии с золотой пропорцией.

Возникает естественный вопрос: создавал ли С. Эйзенштейн свой фильм, руководствуясь осознанным правилом золотой пропорции, или же композиция фильма была создана интуитивно, а уже после создания фильма его рациональный анализ позволил С. Эйзенштейну установить наличие золотой пропорции в основе построения композиции?

Трудно утверждать точно, но уже сам факт появления статьи С. Эйзенштейна «О строении вещей» (1939 г.) после выхода на экран фильма свидетельствует в пользу второго предположения. Эйзенштейн как художник высокого класса творил фильм по законам гармонии, а Эйзенштейн как ученый установил эти законы, анализируя созданный им фильм.

Проявление золотой пропорции в различных видах искусства дает основание предполагать наличие единых критериев гармонии, общих как для творений природы, так и для произведений, созданных художниками, композиторами, поэтами, скульпторами. Вывод этот вполне соответствует современной научной парадигме, утверждающей существование общих, справедливых для всех систем законов природы. А если существуют общие законы природы, то должны существовать и общие критерии гармонии систем, отражающие высшие формы их организации (самоорганизации). Кроме того, оценка красоты, эстетичности и гармоничности осуществляется человеком, замыкается на нем, в конце концов, в человеке и находится мерило этой оценки, поэтому и результаты «замеров гармоничности» должны быть аналогичными, если не одинаковыми.

Обнаруживая черты общего в самых различных объектах и явлениях природы, человек тем самым упорядочивает этот невообразимо разнообразный мир, упрощает его и делает единым, целым. Очевидно, это выражает и объективную закономерность природы, единство ее самых разнообразных проявлений, что не перестает удивлять всякого, познающего природу.

Единство законов гармонии в искусстве и в природе роднит произведения искусства с творениями природы,

определяет преемственность, сущность прекрасного. Возможно, что в общей истории эволюции искусств проявляются те же закономерности, что и в эволюции биосферы, в развитии живых организмов. Как известно, в основе развития биосферы лежит «триада Дарвина» — наследственность, изменчивость, отбор. Но ведь эта же триада определяет и развитие искусства. Сосуществованию различных организмов в биосфере отвечает сосуществование различных видов искусства, различных художественных форм, жанров. Характерно, что замечательные (оставшиеся после «отбора») образцы искусств не умирают, а прекрасно сосуществуют с современными. Развитие организмов биосферы шло по пути от простого к сложному. Но ведь и эволюция в искусствах — от архитектуры до музыки — шла в том же направлении.

Для природы характерно «стремление» к простым, симметричным формам, к упорядочению организации и одновременно почти повсеместное «перманентное» отклонение от равновесия, от упорядоченности, от симметрии, что особенно характерно для живых организмов. Но ведь все это свойственно и выдающимся произведениям искусства, не исключая произведений А. С. Пушкина.

Этот перечень сходных черт в эволюции природы и искусства можно и продолжить. Возможно, что и искусству, как и природе, присуща периодизация развития, которая, возможно, осуществляется в соответствии с развертыванием ряда чисел Фибоначчи, как в геологической эволюции. Этот вопрос еще предстоит изучить.

Однако существует и другой взгляд на законы природы. Если материя, как следует из современных представлений, творит «свое» пространство и время (вследствие чего каждой материальной системе свойственно «свое» специфическое пространство и время), то она должна «творить» и свои законы, отличительные для каждой материальной системы. В этом отражается индивидуальность каждой системы, ее неповторимое своеобразие. Тогда и критерии гармонии различных видов искусства должны различаться и отличаться от гармонии природы.

Нахождение этих отличительных черт для каждого вида искусства (как и для каждого объекта природы) не менее увлекательная задача. Однако похоже, что пе-

ред нами две стороны одной медали (а этой медалью является природа), две диалектически противоположные сущности, и нам остается только познать их проявления в каждом конкретном случае — искать общее в разнообразном и разнообразное в общем.

Путь познания законов гармонии и красоты долог и труден, а мы находимся только в его начале, да и рассматриваем мы только маленькую часть этой обширной области — золотую, или божественную, пропорцию.

ГАРМОНИЯ ТЕХНОСФЕРЫ

Я убежден, что придет время, когда физиолог, поэт и философ будут говорить на одном языке и будут понимать друг друга.

Клод Бернар

Интенсивное развитие техники позволило человеку, кардинально изменяя природу, создавать бесчисленное множество разнообразных предметов, «творений техники», что в конечном итоге привело к образованию технической среды обитания — техносферы. Сюда относятся современные города с миллионами домов, мостов, дорог, промышленных сооружений, машины, приборы, предметы быта, орудия труда, одежда и обувь. Казалось бы, между природой и технической средой обитания так мало общего, они скорее противоположны.

Но это — лишь первое суждение, основанное на внешних чертах обеих сред обитания человека. Конечно, творения техники отвечают их назначению и средствам реализации, в их основе преобладает рациональный подход — добиться поставленной технической цели с минимальными затратами. Но ведь в конечном итоге и природа стремится к тому же: разве не в этом одна из важнейших сторон эволюции организмов?

В технике господствуют прямые линии, простые геометрические фигуры — квадрат, прямоугольник, треугольник и т. п. Природа же «не терпит» прямых линий, все ее творения построены из кривых, здесь господствует спираль, кривизна. Действительно, прямолинейность конструкций делает их более технологичными, облегчает изготовление. Тем не менее человек при созда-

нии различных машин, предметов обихода стремится применить кривизну, округленные очертания форм, так как они оказываются не только более эстетичными, но и более экономичными. Вспомним первые конструкции автомобилей, паровозов и сравним их с современными моделями. Здесь очень наглядно проявляется основная тенденция технической эволюции — постепенный переход от прямолинейных к криволинейным формам, достижение все большей компактности, гармоничности. Современные легковые автомашины по своей форме больше похожи на морских животных — изящных тунцов или акул, чем на технические изделия.

Такое сходство форм совсем не случайно. Это закономерный итог технической эволюции, приближение моделей ко все более совершенным формам. Формы планеров, самолетов приближаются к формам птиц, а формы кораблей — к формам морских животных. Одному известному архитектору показали альбом фотографий планеров различных стран и времен. Ему особенно понравилась одна из конструкций. На поверку оказалось, что в этом планере соотношение частей подчинено золотой пропорции и на нем установлен рекорд дальности полета. Очевидно, в процессе эволюции, по мере приближения к наиболее совершенным формам, закономерности развития техники приближаются к закономерностям развития природы.

Эволюция организмов Земли подчинена действию трех факторов, упомянутой триады Дарвина — наследственности, изменчивости, отбору. Здесь все ясно, в этой триаде сущность дарвинизма, основная движущая пружина эволюции. А в технике? Нетрудно убедиться, что и эволюция техники подчинена триаде Дарвина. Здесь повседневно проявляется «наследственность», которую принято здесь называть преемственностью — преемственностью знаний, идей, конструкций, технологий, методов организации. Но если бы существовала только преемственность, техника бы не изменялась качественно, она бы только могла расти в количестве изделий, в объеме производства.

Изменчивость в технике обусловлена рождением новых идей, изобретений, открытий. Новые идеи — это аналоги мутаций в генетике, они определяют изменчивость творений техники. Очевидно, «мутагенез идей» значительно интенсивнее, чем мутагенез в генетике.

Но внедрению в технику новых идей, число которых

огромно, препятствует технический отбор. Он отсеивает ненужные, случайные, преждевременные идеи и оставляет самые удачные, самые экономичные и своевременные. Похоже, что законы Дарвина применимы не только к эволюции живого, но и к эволюции техники.

И уже не кажется удивительным тот факт, что наиболее удачные технические конструкции выглядят гармоничными, красивыми, вызывают эстетическое удовлетворение. Недаром говорили, что «нет в мире ничего прекраснее, чем танцующая женщина, скачущая лошадь и несущийся под всеми парусами клипер».

С давних времен человек стремился придать предметам быта гармонические формы, сделать их красивыми. Это относилось к орудиям труда и к боевому оружию, к домашней утвари, одежде. Некоторые предметы, изготовленные людьми древности, поражают совершенством форм, лаконичной красотой. Какой совершенной аэродинамической формой должен обладать, например, бумеранг, чтобы после броска охотника вернуться к его ногам?!

Высокого уровня творчества достигли оружейные мастера, изготавливавшие сабли, мечи, кинжалы, шлемы. Каждое изделие сочетало в себе две цели — служить оружием и быть украшением. Гончары древнего мира научились изготавливать замечательные гончарные изделия — кувшины, чаши, амфоры. И здесь преследовались не только утилитарные цели — изготовление емкостей для хранения напитков, продуктов и приготовления пищи; каждое изделие — это и произведение искусства, украшенное орнаментом, покрытое краской, изображениями бытовых сцен. В те времена ремесленник и художник существовали и творили в неразрывном единстве. Человек стремился сделать среду своего обитания не только удобной, но и красивой, гармоничной. А примером для подражания была природа, в ней он черпал образцы прекрасного, искал критерии красоты.

Характерно, что мастера прошлого избегали применять прямые линии, простые прямоугольные геометрические формы. Даже ножки стульев делали изогнутыми, похожими на ноги животных, а кровати и шкафы украшали резьбой из дерева, изображавшей ветви, плоды или животных. Двери украшались резьбой по дереву, а окна старались округлить, чтобы избежать убогой простоты прямоугольных очертаний. Встречаясь в музеях со старинной мебелью, украшенной деревянной скульпту-

рой, мы и сейчас поражаемся ее красотой, изяществом, гармоничностью, близостью к произведениям природы.

Но времена меняются, меняется техника, меняется окружающий нас мир. На смену ремесленному труду пришел труд заводских рабочих, подчиненный узкой специализации, рационализации, требованиям массового производства большого количества дешевых изделий. Художники отделились от ремесленников. Если первые служили красоте, то вторые — простоте, рационализации, технической необходимости. Произведения техники постепенно лишались эстетического начала. Господство рационализации подчинило себе технику. Господствующими стали прямые линии и простые геометрические формы — ведь их легче изготавливать.

В архитектуре также стали преобладать простые геометрические формы, однообразные стандартные конструкции. Что такое современный городской жилой дом? Это прямоугольная коробка, в которой вырезаны прямоугольные окна для освещения и прямоугольные двери для входа. Ничего лишнего, здесь все предельно просто. Из таких коробок стали строить поселки и города.

Так незаметно, год за годом, человек перемещался в искусственную среду обитания, техническую среду, где преобладают бетон и металл. На работе его окружают всевозможные машины, а после работы — железобетонные коробки домов, коробки квартир, где расположена стандартная мебель — стулья, табуретки и столы с прямыми ножками, стандартная посуда, стандартная одежда, часто не очень привлекательная.

Казалось бы, какая разница, в каком доме жить — голубом или зеленом, круглом или квадратном, с колоннами и балконами или без них? Однако разница есть, и очень существенная. Среда обитания человека, мир предметов, которые его окружают, активно воздействует на его психику. Она может действовать на человека благотворно, рождая чувство удовлетворения, умиротворения, радости от восприятия гармонии и красоты, а может и угнетающе, раздражая, вызывая отрицательные эмоции, а иногда и провоцируя на немотивированные поступки.

Наивно надеяться, что человек может нормально жить и развиваться в чуждой его природе дисгармоничной технической среде. Ведь он является неотъемлемой частью природы и, оторванный от естественной

среды, испытывает дискомфорт, отрицательное, часто стрессовое воздействие на психику.

В стремительном развитии техники, подчинившись законам производства, человек слишком далеко ушел от природы. Создаваемая им искусственная среда обитания, обладая определенными удобствами и способностью обеспечить функционирование технической цивилизации, все более удалялась от природы, становилась враждебной естественной сущности людей, естественной гармонии природы. Отсюда и возникло стремление очеловечить техническую сферу жизни людей. В городах появились деревья, кустарники, травы, цветы. Стали сооружать водопады и фонтаны, украшенные изображениями людей и животных. В квартирах появились горшки с растениями, аквариумы с рыбками, клетки с птицами.

Сейчас уже достоверно установлено, что в квартирах с различными животными — собаками, кошками, птицами или рыбками — люди меньше болеют, их психика более уравновешена и даже случающиеся инфаркты они переносят легче. А разве не так же целебно действует пребывание на природе, красивые пейзажи, звуки морского прибоя, крики чаек или пение соловья? Стремясь быть ближе к природе, человек начал в своих квартирах культивировать различные уголки природы — от скромной икебаны до громадных аквариумов, зимних оранжерей.

Но этого было недостаточно. Нужно было изменять и облик сооружений, формы предметов обихода. Пропорции в живой природе органически связаны в единое целое, подчинены законам развития живого. А в технике преобладают прямые линии, простые геометрические фигуры, ее пропорции подчинены прежде всего требованиям эффективного функционирования механизмов, экономичности производства. Необходимо было как-то совместить эти две на первый взгляд противоположные тенденции, «очеловечить» мир техники, приблизить среду его обитания к природной (сохраняя преимущества первой и не допуская неудобств второй).

Характерно, что попытки механически перенести формы и конструкции природы в мир техники, как правило, успеха не приносили. Строили дома-раковины, дома-деревья, дома-цветы, но они остались лишь курьезами архитектуры, не получили развития и распространения. Очевидно, законы развития растений и животных

нельзя механически переносить в мир техники. Что-то можно позаимствовать у природы, а что-то и нельзя. Ведь мир техники — это особая область, ее эволюция в чем-то аналогична эволюции природы, но в чем-то и принципиально отлична, ведь у технических систем свои особые функции, а значит, должны быть и свои собственные конструкции и формы, предназначенные для выполнения этих функций. Совместить технику с природой необходимо, чтобы сделать среду обитания человека более приемлемой для него.

Эту задачу взялись решить прежде всего архитекторы и строители. У них был хороший пример — прекрасные сооружения прошедших веков, гармонично сочетавших красоту с полезностью. Строители древности были близки к природе, в своих творениях они стремились приблизиться к ней, опираться на присущие природе гармонические пропорции. Даже единицы мер у древних строителей были «очеловечены»; они пользовались

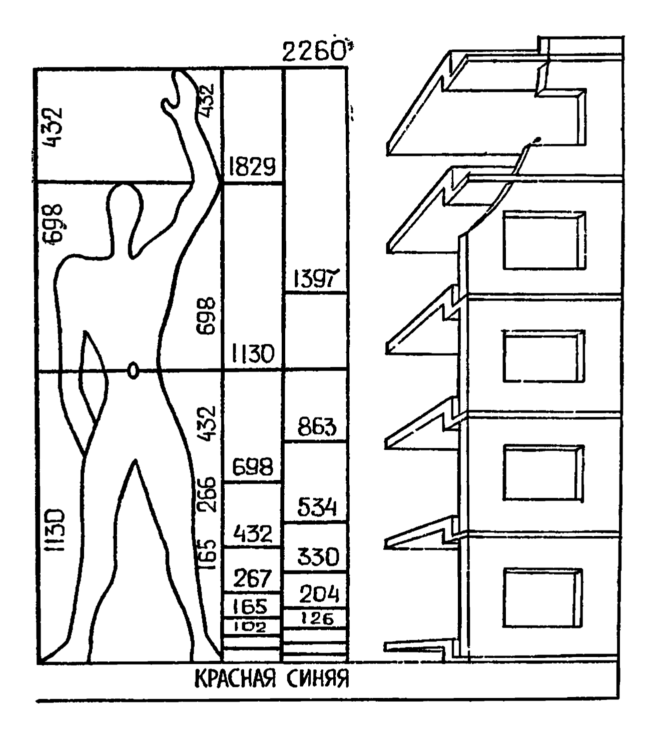


Рис. 26

ростом человека, длиной шага, размахом рук, длиною локтя, ступни, шириной ладони и толщиной пальца.

Метрическая система мер, получившая почти монопольное положение в мире, обладает явными преимуществами перед старыми системами мер: она универсальна, проста, удобна в пользовании. Но лишена «человечности», оторвана от пропорций человеческого тела. Может быть, поэтому так упорно сопротивляются ей футы и дюймы?!

Можно ли совместить метрическую систему мер с пропорцией человеческого тела, с закономерностями гармонических соотношений природы? Ведь эта система строго дискретна и целочисленна, а в основе пропорций природы лежит золотое сечение — величина иррациональная. Нужно найти какое-то приемлемое решение, удобную «золотую середину», сочетающую оба подхода.

Наиболее удачно эту задачу впервые решил французский архитектор — новатор Ле Корбюзье. Он пришел к выводу, что в основе архитектурных сооружений должны лежать пропорции человеческой фигуры, связанные с золотым сечением. Свою мерную «золотую линейку» Ле Корбюзье назвал «модулором». Это был метод, основанный на математике и построенный по принципу масштаба человеческого тела.

Стремясь согласовать метрическую систему с измерением в футах и дюймах, Ле Корбюзье принимает рост человека равным 183 см, то есть 6 футов (182,88 см). Человек с поднятой рукой, по мнению Ле Корбюзье, дает основные точки и размеры, определяющие его пропорции и положение в пространстве. Нога, солнечное сплетение, голова, кончики пальцев поднятой руки образуют интервалы, которые связаны золотой пропорцией (рис. 26): 1130, 698 и 432 мм. Эта же тройка отвечает золотому вурфу. От средней точки тела (солнечное сплетение) вниз размеры частей тела убывают в соответствии с гармоническим рядом золотой пропорции: 698, 432, 266, 165, 102, 63, 39, 24, 15, 9 6 см. Числа ряда округлены и откорректированы для совмещения целочисленных метрических мер с иррациональной величиной $(\sqrt{5}+1)/2$.

Полученную шкалу величин, связанную с размерами мужской фигуры, Ле Корбюзье назвал «красной шка-

лой». Вторая шкала, названная «синей», была образована путем построения ряда чисел золотой пропорции, начиная с величины 2260 мм, и давала удвоенные величины первой: 2260, 1397, 863, 534, 330, 204, 126, 78, 48, 30, 18, 11. Две шкалы Ле Корбюзье могут дать разнообразные гармонические отношения, построенные на золотой пропорции, и успешно применяться в архитектуре.

Предложенный Ле Корбюзье модулор был высоко оценен представителями искусства и культуры как существенный вклад в «очеловечивание» технической среды, в теории архитектуры. Однако эстетические задачи проектирования по модулору недостаточно согласованы с техническими, в частности со строительными модулями.

«Модулор» Ле Корбюзье, казалось бы, мог служить приемлемой системой координации геометрических параметров различных промышленных изделий, числовые величины этой системы гармонически увязаны между собой, кроме того, они отвечают пропорциям человеческого тела. Однако эта система не нашла широкого применения по ряду причин. Во-первых, при расчете величин рядов в соответствии с золотой пропорцией получаются дробные числа, а их округление нарушает гармонию соотношений. Кроме того, принятый в «модулоре» условный рост 183 см не соответствует среднему росту мужчины в СССР, равному 168 см, и тем более среднему росту женщины — 156 см.

И, наконец, модульные величины «Модулора» не соответствуют принятым во всех отраслях промышленности предпочтительным числам ГОСТа и его нормальным линейным размерам, которые служат основой для разработки рядов типоразмеров, применяемых при проектировании промышленных изделий.

Художник В. Пахомов, развивая идеи Ле Корбюзье, разработал свою систему модулей. На основе идеи антропометричности «модулора» и взаимосогласованности величин рядов В. Пахомов осуществил синтез основного модуля с рядом чисел Фибоначчи. Им получено два модульных ряда: 1) ряд Фибоначчи, члены которого помножены на *М* (модуль) — *М*, 2*М*, 3*М*, 5*М*, 8*М*, 13*М*... и 2) удвоенный ряд модульных величин: 2*М*,4*М*, 6*М*, 10*М*, 16*М*, 26*М* и т. д.

В качестве основного модуля художник принял мо-

дуль «5 сантиметров». Ряды модульных величин, построенные на основе этого модуля, довольно точно отражают антропометрические данные человека ростом 170 см. Этот рост принят условно за средний рост мужчины в СССР.

Основная часть модульной системы В. Пахомова образована тремя размерами: 105, 65, 40 см, находящимися в отношении чисел ряда Фибоначчи (21 : 13 : 8), дающими в сумме 40+65=105, 105+65=170; 105+ +65+40=210 см. Размер 105 см в золотой пропорции и образует ряд, соответствующий «красному» ряду «модулора». Размер 210 см — удвоенная величина 105 — дает «золотое сечение» 130 : 80 и образует второй ряд, соответствующий «синему» ряду «модулора». Указанные размеры рядов хорошо согласуются с характерными точками строения человеческого тела.

Исходя из свойств ряда Фибоначчи, из любых двух размеров можно получить все остальные, что значительно облегчает проектирование и конструирование изделий, ведь каждый член ряда равен сумме двух предыдущих. Используя свойства чисел Фибоначчи, можно любой модульный размер набрать разными способами: например, 20 см — четырьмя (5+5+5+5; 5+5+10; 10+10; 15+5); 25 см — шестью, 30 см — десятью, 40 см — двенадцатью и т. д.

Анализ числовых величин обоих рядов показал, что все они соответствуют предпочтительным числам Государственного стандарта. Кроме того, модуль «5 сантиметров» равен половине строительного модуля, что позволяет согласовать размеры изделий с параметрами зданий, в которых они будут размещаться.

Искусствовед А. А. Тиц предлагает совместить две системы пропорционирования; модульного и золотого сечения. За основу он взял производный ряд от чисел Фибоначчи — ряд Люка: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123...., умножил каждый член ряда на модуль «100 мм» (10 см) и получил следующий гармонический ряд: 400; 700; 1100; 1800; 2900; 4700 мм и т. д. В этот ряд входит и целочисленное выражение роста человека 1800 мм. Три первых члена ряда А. А. Тица: 400; 700 и 1100 — немного отличаются от гармонического ряда золотой пропорции, предложенного Ле Корбюзье (432, 698, 1130), но в то же время соответствуют пропорциям человека с поднятой рукой: от ног до солнечного спле-

тения 1100 мм, от солнечного сплетения до верха головы — 700 мм, а от головы до верха вытянутой руки 400 мм, а в общем — 2200 мм, то есть округленная русская косая казенная сажень.

Модульная система пропорционирования, широко распространенная в европейской архитектуре, обладает многими достоинствами, наиболее эффективна она в условиях сборного строительства. Однако ценными свойствами обладает и золотая пропорция. Каждый член гармонического ряда, начиная с третьего, может быть выражен суммой, которая состоит из некоторого количества величин первого и второго членов ряда.

Следовательно, если взять в качестве модулей только два члена ряда чисел Фибоначчи или им подобного гармонического ряда, то есть две взаимосвязанные золотой пропорцией величины, то можно объединить принцип модульности с золотой пропорцией. В качестве одного из модулей можно взять любую величину, отвечающую функциональным, техническим и другим требованиям, а другой, взаимосвязанный модуль, определяется из эстетических требований как последовательный член «золотого ряда» чисел.

На базе этих двух модулей можно составить таблицу чисел, которая будет служить основой для координации размеров и их гармонизации в строительстве или техническом проектировании. В качестве таких модулей А. А. Тиц предлагает принять 70 и 100 см. Эти два размера близки габаритам человеческого тела и близки многим стабильным размерам строительных деталей жилого дома.

Поиски наиболее рациональных систем пропорционирования продолжаются. Они необходимы не только для стандартизации размеров, унификации узлов и деталей, они необходимы для создания гармонических технических сооружений, для гуманизации среды обитания человека. Ведь он живет в мире предметов, созданных его трудом, и ему не безразличны не только их назначение, удобство, экономичность, но и их внешний облик, их «эстетическое содержание».

В процессе проектирования оборудования конструктору приходится решать множество задач, в том числе композиционных, связанных с созданием оптимальной формы, которая бы отвечала не только целевому, функ-

циональному назначению, но и эстетическому. Известные машиностроители В. Добровольский и Л. Эрлих писали в одном из выпусков «Библиотеки конструктора»: «При зрительном восприятии в архитектуре, в мебели, в машинах исключительное значение имеют пропорции, соотношение частей и целого. Среди возможных соотношений, создающих хорошее и приятное ощущение, наибольшее значение имеет так называемое «золотое сечение».

Еще в конце 30-х годов Л. Эрлих разработал пропорции вертикального сверлильного станка в соответствии с закономерностями золотого сечения. С этой целью строится «шкала золотого сечения». В основу ее берется обычно в золотой пропорции станка (M_0), который делится в золотой пропорции на два отрезка (M_1 и M_2), затем больший отрезок делится, в свою очередь, на два отрезка на основе золотой пропорции (M_3 и M_4) и т. д. Получается ряд пропорциональных отрезков, связанных золотой пропорцией. В этот ряд пропорциональных отрезков конструктор стремится воплотить части станка.

В начале 50-х годов инженер Э. Шехвиц также предложил при конструировании многошпиндельного полуавтомата использовать закономерности золотой пропорции, применяя тот же принцип. Оба предложенных им станка отличаются выразительностью и лаконичностью формы, им присуще гармоническое соотношение частей в целом. Однако широкое развитие описанного принципа гармонического конструирования затруднено в связи с необходимостью обеспечить прежде всего функциональное назначение станка, его технические характеристики, экономичность, безопасность и т. п.

Очевидно, принцип золотой пропорции можно использовать при конструировании различных машин лишь в некоторой оптимальной степени «без ущерба для содержания». Это и делают многие конструкторы машин, иногда сознательно, но чаще интуитивно. Так, токарные станки многих фирм по своим габаритам вписываются в прямоугольник со сторонами, отвечающими золотой пропорции.

В УПРЯЖКЕ ТЕХНИКИ

Измеряй все доступное измерению и делай недоступное измерению доступным.

Галилей

«Книга о счете», написанная Фибоначчи в 1202 году, знаменита не только своей задачей о кроликах. Здесь он также изложил двоичную систему счисления, ставшую в наши дни основой создания ЭВМ. Собственно, Фибоначчи не интересовался системой счисления; он решал чисто практическую задачу: с помощью какого наименьшего количества гирь можно взвесить товар? Фибоначчи в своей книге доказывает, что оптимальной является система гирь весом 1, 2, 4, 8, 16 единиц. Так, товар весом в 13 кг можно уравновесить на весах следующим набором «двоичных» гирь: 16 кг — 0; 8 кг — 1; 4 кг — 1; 2 кг — 0; 1 кг — 1. Если теперь условиться считывать результат взвешивания в таком порядке — от тяжелых гирь к легким, то вес груза можно указать в двоичном коде: 01101.

Анализируя ряд чисел Фибоначчи (1, 2, 3, 5, 8, 13,...) и открытый им же «двоичный» ряд гирь 1, 2, 4, 8, 16..., А. Стахов пришел к выводу об их аналогии; алгоритмы их построения очень похожи: в первом ряду каждое число есть сумма двух предыдущих чисел, а во втором — каждое число есть сумма предыдущего числа с самим собой (2=1+1, 4=2+2...). Естественно возник вопрос: а нельзя ли найти общую математическую формулу, частным случаем которой были бы и «двоичный» ряд, и ряд чисел Фибоначчи?

В 1964 году А. Стахов и И. Витенько, решая задачу о наилучшей системе гирь с учетом так называемого «принципа асимметрии измерения», вывели формулу обобщенных золотых сечений, названных ими «S-сечениями». В классическом золотом сечении отрезок AB разбит точкой C на два отрезка в пропорции AB/CB= =CB/AC. Уравнение золотого сечения: $x^2-x-1=0$, а положительный корень этого уравнения отвечает золотой пропорции. Обобщенные золотые сечения получаются при разбиении отрезка AB точкой C так, что сохраняется справедливым отношение $\left(\frac{AB}{CB}\right)^s = \frac{CB}{AC}$. Указанное отношение частей отрезка отвечает следующему

уравнению: $x^{S+}-x-1=0$, Его авторы и назвали обобщенным уравнением золотых S-сечений. При значении S=0 получается деление отрезка пополам, при S=1 — классическое золотое сечение, равное 1,618... Подставляя в уравнение значения S, равное 2; 3; 4; 5; 6 и 7, получим целую серию золотых S-сечений: 1,465; 1,380; 1,324; 1,285; 1,255; 1,232.

Итак, вместо одного уникального, неповторимого золотого сечения получается серия подобных золотых пропорций! Что это — математический фокус, игра математического ума или же открытие новых критериев гармонии природы? Может быть, многоликая (и «бесконечно разнообразная», как любят выражаться философы) природа в достижении гармонии использует целый набор гармонических пропорций?

Ответа на этот вопрос пока нет. Может быть, плохо искали, а может быть, природа выбрала из предложенных вариантов золотых пропорций только одну — самую совершенную. Имеются, правда, данные А. Соколова, изучавшего волны электрической активности головного мозга и установившего, что инварианты волн мозга отвечают величинам 1,618; 1,464; 1,380; 1,324, что не что иное, как золотые S-сечения. Однако установленные А. Соколовым инварианты волн мозга являются скорее гипотезой, чем твердо установленной закономерностью.

Еще более смелую гипотезу выдвинул Э. Сороко в своей книге «Структурная гармония систем». Он утверждает, что S-сечения (деления целого на части) являются инвариантами любых самоорганизующихся систем природы. Характерно, что к идее о «системе золотых S-сечений» Э. Сороко пришел совершенно иным путем и, очевидно, независимо от А. Стахова и И. Витенько.

Рассмотрим систему как целое, состоящее из двух частей — диалектических противоположностей. Если два члена такого раздвоенного единства, две составляющих целое (обозначим их A и B) измеримы одной мерой, то они могут быть сведены к одному единству. Это дает закон сохранения абсолютных значений членов отношений, составляющих единое, за счет перехода противоположностей одного в другое: A+B=Universum, или A+B=U.

Если это равенство перевести в относительную форму, получится уравнение A+B=1. Внутренняя сбалансиро-

ванность системы требует, как считает Э. Сороко, чтобы относительные изменения частей были соизмеримы. Исходя из этого условия, было получено уравнение $A^{s+1} - A^{s} - 1 = 0$. Решая его, можно получить следующие корни (при разных значениях S): 0,500; 0,618; 0,6823; 0,7245; 0,755, 0,797; 0,812, отвечающие восьми золотым S-пропорциям. Нетрудно увидеть сходство этого уравнения с тем, что было получено А. Стаховым и И. Витенько.

Это уравнение Э. Сороко считает универсальным в структурной организации систем. Его корни — это дискретные значения в непрерывной борьбе противоположностей (например, «порядка — беспорядка», «устойчивости — подвижности») любой самоорганизующейся системы.

В подтверждение справедливости своих выводов Э. Сороко приводит ряд фактов из различных областей знаний. Так, соотношение полов в период эмбриогенеза равно 100 : 146,2, что менее чем на 0,2% отличается от золотой S-пропорции, отвечающей уравнению $x^{s+1} - x^{s} - 1 = 0$ при S=2. Химический состав сухого воздуха (78,084% азота, 20,948% кислорода, 0,934% аргона, 0,031% углекислого газа и 0,003% неона и гелия), по его мнению, также отвечает инварианту золотой пропорции при S = 2(0,682).

К сожалению, приведенных примеров явно недостаточно для суждения о правомерности вывода существования нескольких золотых пропорций. Нужны длительные, скрупулезные исследования закономерностей структурной организации систем, выявление уровней дискретности в соотношении частей в целом. Гипотеза S — золотых сечений — оригинальная, смелая и многообещающая, этого заслуживает.

Но «вернемся к нашим баранам», обратимся вновь к процедуре взвешивания, описанной Фибоначчи. Но на этот раз веса гирь выберем в соответствии с каким-либо S — рядом Фибоначчи, а не с «двоичным» рядом. Примем вес гирь отвечающим числам 13, 8, 5, 3, 2, 1, 1 кг. Для определения веса в 15 кг можно использовать следующий набор гирь: 13 кг — 1; 8 кг — 0; 5 кг — 0; 3 кг — 0; 2 кг — 1; 1 кг — 0; 1 кг — 0. Или другой набор: 8 кг — 1; 5 кг — 1; 3 кг — 0; 2 кг — 1; 1 кг — 0; 1 кг — 0. В ходе чисел Фибоначчи результаты взвешивания запишутся следующим образом: 1 000 100 или 110 100. В этой неоднозначности и заключено главное свойство «S-кодов

Фибоначчи». Они являются избыточными, каждому числу отвечает множество кодовых комбинаций, все элементы которого могут быть получены методом «свертки» и «развертки». Этот метод широко используется в денежных системах многих стран. Так, ряд монет, принятых в СССР, «отвечает ряду чисел Фибоначчи»: 1, 2, 3, 5, а их размен ($5=3+2$, $3=2+1$, $2=1+1$) соответствует операциям «развертки» и «свертки» в коде Фибоначчи. Это свойство «S-кодов Фибоначчи» открывает интересные возможности их применения в современной вычислительной технике. Но сначала немного истории.

Исторически первыми были открыты натуральные числа 1, 2, 3, 4, 5,... и т. д. Затем появилось понятие о рациональных числах, как отношениях натуральных чисел, например, 2/3, 5/7 и т. д. Значительно позже были открыты несоизмеримые, или иррациональные, числа, к которым относится и золотая пропорция. В различных системах счисления (десятичной, двоичной, троичной и др.) в качестве первоосновы, или начала исчисления, выступают натуральные числа (10, 2, 3), из которых по определенным правилам производят построение различных натуральных, а также рациональных и иррациональных чисел.

А нельзя ли построить систему счисления на основе иррациональных чисел, «перевернув все с головы на ноги»? Если принять какую-либо длину за единицу и разделить ее в соответствии с золотым сечением, то ее части составят $\frac{1}{Ф} + \frac{1}{Ф^2} = 0{,}618... + 0{,}3819... = 1$. Используя это свойство золотой пропорции, американский ученый Джордж Бергман в 1957 году построил систему счисления, названную им «системой счисления с иррациональным основанием типа золотой пропорции». Вот некоторые примеры построения рациональных чисел (1, 2, 3, 4, 5, ...) на основе золотой пропорции:

$$1 = \frac{1}{Ф} + \frac{1}{Ф^2} = 0{,}618... + 0{,}3819...$$

$$2 = Ф + \frac{1}{Ф^2} = 1{,}618... + 0{,}3819...$$

$$3 = Ф^2 + \frac{1}{Ф^2} = 2{,}618... + 0{,}3819...$$

$$4 = Ф^2 + Ф^0 + \frac{1}{Ф^2} = 2{,}618 + 1 + 0{,}3819...$$

$$5 = Ф^3 + \frac{1}{Ф} + \frac{1}{Ф^4} = \ldots\ldots\ldots$$

Статья Дж. Бергмана осталась незамеченной, она не привлекла внимания инженеров и программистов. И в этом нет ничего удивительного, ведь даже сам автор писал по этому поводу: «Я не знаю ни одного практического применения подобных систем, кроме как умственного упражнения и приятного времяпрепровождения, хотя эта система может быть пригодна для алгебраической теории чисел».

Однако Дж. Бергман ошибался. Его система счисления, казавшаяся лишь «игрой ума», нашла не только теоретическое, но и практическое применение в вычислительной и измерительной технике. Независимо от Дж. Бергмана, не зная о его работах, в Советском Союзе к аналогичной идее пришел А. П. Стахов. В статье «Золотая пропорция в цифровой технике», направленной в научный журнал в 1978 году, он впервые сформулировал свои идеи об использовании систем счисления с иррациональными основаниями в вычислительной технике.

Какие же преимущества у этой системы счисления в сравнении с обычными, построенными на натуральных числах? Новый способ кодирования чисел, предложенный А. П. Стаховым, обладает большой информационной избыточностью, вследствие чего он обеспечивает легкость обнаружения случайных ошибок в информации.

Эволюция в электронно-вычислительной технике ведет к усложнению систем, однако эта тенденция, к сожалению, сопровождается снижением надежности. Бывает, что достаточно случайного искажения одного из сотен миллионов битов, хранящихся в памяти ЭВМ, — и многочасовая работа программистов пойдет насмарку, управляемая система выйдет из-под контроля. В печати описан случай, когда американская ракета, запущенная с космодрома, сошла с заданной траектории и была вследствие этого взорвана командой с Земли. Причиной этого явилась... «маленькая» ошибка, допущенная машинисткой при перепечатке программы. От чего же зависит надежность работы компьютера, время его работы без ошибок, без сбоев?

От надежности радиоэлектронных компонентов и от быстродействия ЭВМ. Если сбой происходит, например,

один раз на сто миллиардов операций, то компьютер с производительностью 100 тысяч операций в секунду будет давать сбой раз в две недели, что вполне приемлемо. Компьютер с производительностью 1 миллион операций в секунду будет давать сбой раз в сутки, а с производительностью 1 миллиард операций в секунду — каждые две минуты, что совершенно недопустимо.

А между тем быстродействие ЭВМ непрерывно растет и достигло уже десятков миллиардов в секунду: таково требование жизни. Так, по данным американского специалиста Гленфорда Майерса, в системах автоматизированного проектирования самолетов полное моделирование действия подъемной силы на крыло возможно лишь на машинах с быстродействием около 1 миллиарда операций в секунду. Для систем автоматического перевода с одного языка на другой необходимы ЭВМ с быстродействием 2—3 миллиарда операций в секунду, а для составления прогнозов погоды только на ближайшие сутки потребуется скорость около 100 миллиардов операций в секунду!

Для создания таких быстродействующих машин нужна фантастическая надежность, обеспечить которую современными методами представляется маловероятным. А раз нельзя обеспечить безошибочность работы компьютеров — значит, надо обучить их самих в процессе работы исправлять возникающие ошибки. В этой ситуации «иррациональные системы счисления», предложенные А. Стаховым, могут оказаться просто незаменимыми. Ведь они обладают избыточностью информации, а это — основа надежности систем. Такой избыточностью информации обладает человеческий язык, организм любого животного.

«Иррациональная система счисления» едва ли найдет применение в обычных ЭВМ, ее будущее — в сверхбыстродействующих машинах следующих поколений. И не случайно основные идеи новой системы счисления для ЭВМ, созданной А. Стаховым, защищены десятками авторских свидетельств и десятками патентов в США, Японии, ФРГ и других государствах.

Как считает А. Стахов, за счет большой избыточности новой системы можно создать единую систему сквозного оперативного контроля всей цифровой аппаратуры, а в перспективе создать отказоустойчивые компьютеры и другую цифровую технику.

Избыточность предлагаемых систем счисления уже

используется для решения других задач цифровой вычислительной техники, в частности, для повышения плотности и достоверности цифровой магнитной записи, для увеличения емкости и повышения надежности хранения информации в различных запоминающих устройствах. В Винницком политехническом институте, где работал А. Стахов, создан 17-разрядный, работающий на кодах Фибоначчи преобразователь — очень точный, стабильный и быстродействующий.

Метод золотой пропорции и «метод Фибоначчи» в настоящее время находят применение и в методологии научного исследования. Оказалось, что эти методы являются эффективным средством последовательного поиска оптимальных решений, экстремума некоторых функций. Ведь природа во многих случаях действует по строго очерченной схеме, реализуя поиск оптимальных структурных состояний не «вслепую», а более сложно, пользуясь «методом Фибоначчи».

Закономерности золотой пропорции и чисел Фибоначчи только начинают применяться в технике. В печати появляются первые сообщения. Однако в наше время техника развивается стремительно, она активно использует самые разнообразные научные открытия — большие и малые. Техника вплотную подошла к созданию самоорганизующихся систем, аналогичных природным. Условия для этого созрели, мир вступил в эпоху тотальной компьютеризации, роботизации.

Создание роботов потребовало разработки всевозможных приводов, этих своеобразных «мышц» для робота. Какие только приводы не были здесь испробованы! Электрические, гидравлические, пневматические и другие. Но все они плохо согласуются с возможностью современных ЭВМ, управляющих их работой. В 60-е годы был предложен привод с непосредственным цифровым управлением от компьютера, который называют цифровым сервоприводом (ЦСП). В основе его работы — управляющие устройства — электроклапаны, работающие в режиме «да — нет», «открыто — закрыто». В сравнении с обычными гидроприводами ЦСП имеет ряд преимуществ, но обладает и недостатками.

А. Стахов и В. Северилов предложили усовершенствовать этот сервопривод, построив систему его управления на основе ряда чисел Фибоначчи: 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13... Использование кода Фибоначчи в ЦСП позволяет

в процессе его функционирования производить контроль и диагностику. Такой привод обладает избыточностью информации, а следовательно, повышенной надежностью. Жизнь покажет, приживутся ли в робототехнике приводы «по Фибоначчи».

Несомненно лишь то, что числа Фибоначчи и золотая пропорция делают первые шаги в технике. Будем надеяться, что здесь они помогут создать высокоэффективные системы, организованные по законам гармонии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Красота спасет мир.

Ф. Достоевский

Струя расплавленной стали заполняет изложницу. Здесь металлический расплав остынет, затвердеет и превратится в стальной слиток. Соприкоснувшись с холодными стенками изложницы, сталь остывает быстро — образуются первые зародыши кристаллов, от них стремительно растут тонкие иглы металла, обрастают отростками, ветвятся, и вот уже вырос в расплаве ажурный ветвистый кристалл, удивительно похожий на ветку растения. Не случайно такие кристаллы называют «дендритами» — древовидными. Что это — случайность? Какое отношение имеет дерево к кристаллам стали?

Посмотрите в зимний день на морозные узоры на окнах. Как похожи они на листья папоротника! Тоже случайное совпадение или закономерность? Больной профессор А. Любищев прикован к постели. Долгие месяцы он вынужден лежать и смотреть в окно... и думать. Он, ученый, всю свою сознательную жизнь задавал вопросы природе и искал на них ответа. Он шел непроторенным путем, создавал основы новой биологии. Его статьи не печатали, а не работать, не писать он не мог. Писал — и на полку. После его смерти осталось 350 неопубликованных научных работ.

Профессор смотрит в окно на морозные узоры. Мысль будоражит все тот же назойливый вопрос: почему морозные узоры так похожи на листья растений? Что общего между мертвой и живой природой? Профессор пишет свою последнюю статью «Морозные узоры на стеклах», которая была опубликована в журнале «Знание — сила». Имя автора в траурной каемке.

Живое могло возникнуть в конечном итоге только из неживой материи, в ней нужно искать корни жизни. И форма дендритов является подтверждением этого. Дендриты стали, дендриты магнетита, дендриты льда! И здесь же, рядом, аналогичные по форме растения, дендриты нервных окончаний и, наконец, мозг человека, имеющий структуру дендрита. Преемственность структур очевидна, а ведь все это — формы роста, формы жизни. В глинистых отложениях встречаются сро-

стки кристаллов гипса, напоминающие цветы розового куста. Их так и называют: «гипсовые розы».

Неудивительно поэтому, что закономерности золотой пропорции и чисел Фибоначчи так широко распространены в природе, проявляются на самых различных уровнях — от атомных сочетаний до строения тел высших животных. Эти закономерности не только отражают основные особенности развития различных систем, но и являются критериями их гармонической организации. В золотой пропорции и числах Фибоначчи — ключ к гармонии систем, волшебный золотой ключик, открывающий дверь в страну гармонии и красоты. И все это закодировано в сочетании целых чисел 1, 2, 3, 5, ... 13, ... 34, ... 144, ... Как здесь не вспомнить пифагорейцев, увидевших в числах сущность вещей, строение Вселенной.

Аристотель писал, что у пифагорейцев «число есть сущность всех вещей, и организация Вселенной в ее определениях представляет собой вообще гармоническую систему чисел и их отношения». После Алкмеона (ок. 480—470 лет до н. э.) в системе пифагорейцев «число выступает в качестве универсального ключа к объяснению мира». Отсюда появилось и крылатое выражение, которое приписывают либо Пифагору, либо пифагорейцам: «Числа правят миром».

Пройдут века и тысячелетия после Пифагора, наука вырастет в необъятного колосса, будут открыты тысячи важнейших законов и закономерностей, и окажется, что многие из них описываются целыми числами и их отношениями.

Действительно, закон кратных отошений в химии, закон рациональных параметров в кристаллографии, закономерности расположения линий атомных спектров и многие, многие другие описываются отношениями целых и небольших чисел. Но ведь есть и множество других законов, описываемых разнообразными формулами, а в этих формулах очень часто встречаются: число «пи» (отношение длины окружности к диаметру), число I (основание натуральных логарифмов). Но ведь эти числа несоизмеримые, их нельзя выразить отношением целых чисел — это иррациональные числа. К ним с полным основанием следует отнести и золотую пропорцию — также иррациональную величину. Так какие же числа «правят миром» — рациональные или иррациональные?

Очевидно, и те и другие. Каждым отведена своя роль

в мироздании. Закономерности, описываемые числами натурального ряда, выражают устойчивость, неизменность, стабильность и равновесие объектов природы, их дискретный характер. Иррациональные числа чаще выражают характеристики подвижных, изменчивых, неустойчивых объектов и явлений природы. Они описывают движения маятника, рост растений и животных, вероятностный характер законов природы.

Развитие вычислительной техники привело к началу третьей промышленной революции, основанной на массовом применении новых средств передачи и переработки информации в самых различных областях, привело к эпохе тотальной компьютеризации.

Компьютеры не только решают самые различные математические задачи, они управляют всевозможными процессами, осуществляют запись печатного текста, звука и изображения и делают еще много различных дел. Но для этого нужно (в машинах цифрового типа) превратить все сигналы, всю поступающую в ЭВМ информацию в числа. В таком виде информация там перерабатывается, преобразуется в математические задачи. которые и решаются операторами машин, поступают в память на хранение или, после преобразования, к потребителю в виде сообщений о погоде, или в конструкцию машины, или в музыкальную мелодию. Но ведь все это не что иное, как сведе́ние «всего сущего», всего разнообразия явлений природы и деятельности человека в набор чисел. Разве это не является очевидным и убедительным свидетельством жизненности идей Пифагора! Идеи Пифагора о числе как сущности всех вещей приобрели в наши дни второе рождение, они стали основой могучего развития науки и техники наших дней, воплощенной в индустрии компьютеризации.

Даже изображение на экране телевизора, передаваемое по всей планете, может быть преобразовано в... набор чисел и... ничего больше. Великие произведения мастеров эпохи Возрождения, шедевры древнего мира — все это можно превратить в набор чисел, только набор чисел и ничего более, и производить с ним всевозможные математические преобразования, передавать на любые расстояния, столетиями (а может быть, и больше) хранить в памяти ЭВМ и по любому требованию вновь превращать в воистину нетленные произведения искусства. Разве это не является торжеством идей Пифагора и его школы?!

Рациональные и иррациональные числа являются своеобразными противоположностями. Но природа едина, и ее противоположности не только находятся в противодействии, борьбе, но и в единстве. И неудивительно, что многие иррациональные числа выражаются через совокупность целых чисел. Все три числа: π, e и Ф — связаны между собой простыми отношениями и могут быть выражены в виде пределов бесконечных дробей. Кроме того, на примере золотой пропорции показано, что целые числа натурального ряда: 1, 2, 3,.. 5,.. 15 и т. д., могут быть выражены через иррациональное число Ф. Кроме того, число Ф с любой степенью точности может быть выражено через отношение целых чисел. Разве эти примеры не свидетельствуют о единстве рационального и иррационального в природе?!

Мы так часто говорим о единстве и борьбе противоположностей, что это понятие стало тривиальным, само собой разумеющимся и не требующим исследования. Может быть, поэтому этот фундаментальный закон природы так мало исследован и углублен и, что характерно, почти совершенно не математизирован. А между тем он достоин самого пристального изучения и развития — ведь это один из основных, наиболее общих законов мироздания.

Но если всякая сущность является единством противоположностей, то в каком же отношении находятся эти противоположности? В любом или предпочтительном?

Очевидно, первое отвечает непрерывному изменению состава и свойств, а второе — дискретному. Но непрерывные и дискретные изменения состава и свойств любой системы также являются диалектическими противоположностями и находятся в единстве. При наличии в системе двух противоположностей А и В их соотношения должны меняться непрерывно и дискретно, отражая диалектику изменения состава и свойств. Следовательно, на шкале А—В должны существовать некоторые особые соотношения А/В, которые отвечают особым состояниям, дискретным составам, переломам на графиках «состав — свойство». Каковы же эти соотношения А и В?

Очевидно, впервые дал ответ на этот вопрос Э. Сороко, об отдельных выводах которого уже упоминалось в книге. Математизация принципов диалектики открывает новые возможности изучения природы; трудно переоценить актуальность и перспективность этого направ-

ления. В аспекте этого подхода золотая пропорция выглядит лишь частным случаем, лишь одним из многих дискретных соотношений.

На протяжении многих столетий человек в своем творчестве учился у природы, постигая законы ее гармонии, ее красоту. Он жил в духовном единстве с гармонией природы, и это создавало благодатную почву для его творчества. Сегодняшний человек слишком далеко ушел от природы, потерял духовную связь с ней. Созданная им «окружающая среда» — это мир дисгармонии, мир, чуждый естественной природе человека. Очевидно, в этом следует искать причину внутренней дисгармонии человека, дисгармонии его духовной жизни, проявляющейся в самых различных формах — от создания примитивных художественных форм до эксцессов вандализма и насилия.

Но времена меняются. Люди вновь возвращаются к природе, ищут единства с ней, начинают ценить ее как наивысшую ценность (мы всегда начинаем ценить то, что теряем). Возврат к природе неизбежен, человек должен научиться жить в единстве с природой, найти духовное родство с природой, но уже на новой, более высокой основе, не на интуитивной, а на научной. И тогда человек придет к новому уровню гармонии, новому витку эволюционной спирали развития!

СОДЕРЖАНИЕ

I ЧАСТЬ

II ЧАСТЬ

III ЧАСТЬ

IV ЧАСТЬ

Васютинский Н. А.

В 20 Золотая пропорция. — М. : Мол. гьардия, 1990. — 238[2] с. — (Эврика).

ISBN 5-235-00806-5

Эта книга о золотой пропорции, лежащей в осиове гармонии природы и произведений искусства. Рассказано о сути этого замечательного соотношения, истории его открытия и исследований. Описано проявление закоиомерностей золотой пропорции в архитектуре, музыке, поэзии, а также в химии, биологии, ботанике, геологии, астрономии, технике. Издание рассчитано на самые широкие круги читателей.

В $\frac{4901000000-160}{078(02)-90}$ 233—90 ББК 87.8

ИБ № 6359

Васютинский Николай Александрович

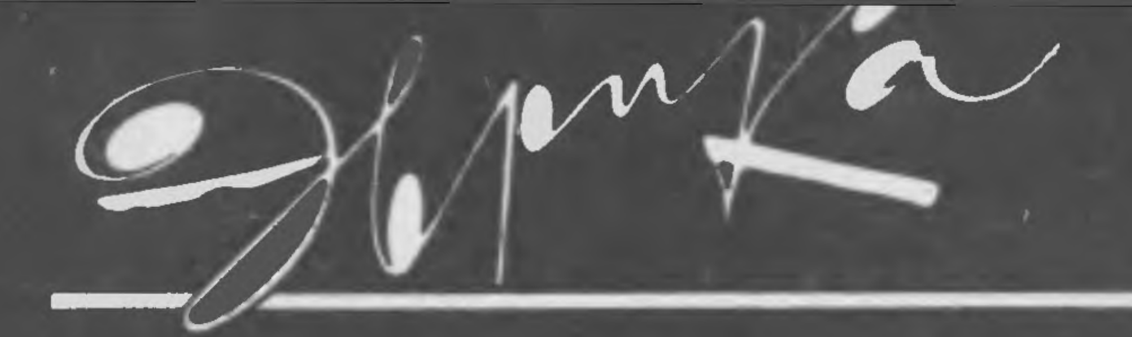
ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ

Заведующий редакцией **В. Щербаков**
Редактор **В. Федченко**
Художники **Н. и Т. Доброхотовы**
Художественный редактор **Т. Войтиевич**
Технический редактор **Н. Тихонова**
Корректоры **Н. Самойлова, И. Ларина**

Сдано в набор 31.10.89. Подписано в печать 27.04.90. А02299. Формат 84×108 1/32. Бумага типографская № 1. Гарнитура «Литературная». Печать высокая. Условн. печ. л. 12,6. Условн. кр.-отт. 12,95. Учетно-изд. л. 13,0. Тираж 100 000 экз. Цена 85 коп. Заказ 2602.

Типография ордена Трудового Красного Знамени издательско-полиграфического объединения ЦК ВЛКСМ «Молодая гвардия». 103030 Москва, Сущевская, 21.

ISBN 5-235-00806-5





НИКОЛАЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ
ВАСЮТИНСКИЙ

По образованию и опыту работы — химик, геолог, металлург и машиностроитель. Кандидат технических наук, автор 140 научных работ, в том числе четырех монографий, нескольких изобретений.

Работал в различных районах страны — от Львовской области до Хабаровского края,— мастером цеха, геологом, научным сотрудником в академическом и ведомственных институтах, доцентом и заведующим кафедрой в учебных институтах.

Он является автором десятка литературных сценариев научно-популярных и учебных фильмов, автором сборника стихов.

В своих научных работах и в популярных статьях стремится найти критерии гармонии и красоты в природе и искусстве как основу совершенства и самоорганизации. В последней опубликованной монографии вывел формулы горных пород и Земли.

«Золотая пропорция» — первая книга Н. Васютинского в серии «Эврика».

85 коп.

МОЛОДАЯ ГВАРДИЯ